LYCÉE ALFRED KASTLER **1S**

2011–2012

Devoir maison n°07 – mathématiques
Donné le 15/11/2011 – à rendre le 22/11/2011

Définition (Notation somme) Au lieu d'écrire la somme : $1 + 2 + ... + n$, ce qui est incorrect mathématiquement (bien que bien pratique en un certain sens), on écrit :

$$\sum_{i=1}^{n} i$$

Le symbole Σ (sigma) signifie ici somme. La lettre i est appelé variable (ou compteur), et prend successivement toutes les valeurs entières de 1 jusqu'à n d'après la notation. On ajoute donc les nombres i quand i va de 1 à n.

Autre exemple : $\sum_{i=2}^{5} i^2$. Ici on ajoute des nombres i^2 quand i va de 2 à 5. On a donc

$$\sum_{i=2}^{5} i^2 = 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 4 + 9 + 16 + 25 = 54$$

Le nom de la variable n'a pas d'importance dans le sens où $\sum_{i=1}^{27}(i+5)^2 = \sum_{k=1}^{27}(k+5)^2$.

Par contre, $\sum_{i=1}^{27}(i+5)^2 \neq \sum_{i=1}^{27}(k+5)^2$: k n'est pas i, la seconde somme vaut $27 \times (k+5)^2$ et dépend donc de k, alors que la première ne dépend pas de i.

Exercice 1

1. Écrire la somme $3 + 6 + 9 + 12 + ... + 60$ avec une notation Σ.
2. Calculer $\sum_{i=0}^{8}(5-i)$ et en déduire rapidement $\sum_{k=0}^{9}(5-k)$ en justifiant.
3. Calculer $\sum_{i=1}^{3} 2\times(-1)^i$, $\sum_{k=1}^{6} 2\times(-1)^k$ et donner la valeur de $\sum_{i=1}^{2010} 2\times(-1)^i$ en justifiant rapidement.
4. Calculer $\sum_{i=1}^{5} 10$.

Exercice 2

1. Écrire un algorithme (dans un langage laissé au choix, y compris naturel) qui :
   – Demande un nombre entier N ;
   – Calcule la somme des N premiers nombres impairs puis affiche cette somme.
2. Modifier l'algorithme afin de pouvoir calculer $\sum_{i=1}^{27}(i+5)^2$, le rentrer dans la calculatrice ou l'ordinateur. Sur la copie, donner l'algorithme modifié (le langage restant au choix) puis la valeur de la somme.