

Devoir maison n°10 – mathématiques
Donné le 10/01/2012 – à rendre le 17/01/2012

Exercice 1 On considère l'expérience définie en cours comme exemple pour les variables aléatoires, et la variable aléatoire X qui lui est associée.

1. Justifier que $E(X) = -\frac{1}{3}$ et interpréter ce nombre.
2. On souhaite vérifier qu'en répétant l'expérience aléatoire un grand nombre de fois, le gain moyen d'une partie s'approche effectivement vers cette espérance*.

Pour cela, on considère tout d'abord l'algorithme Algobox accessible dans le groupe de travail de Place, sous le nom 2011_1S_DM10_algo.alg.

- (a) Expliquer simplement ce que fait l'algorithme.
 - (b)
 - i. Exécuter l'algorithme dix fois en laissant pour N la valeur 100, et noter les dix gains moyens obtenus. Calculer alors la moyenne et la variance de ces gains moyens.
 - ii. Faire de même en utilisant cette fois une valeur de 1 000 pour N .
 - iii. Faire de même en utilisant cette fois une valeur de 10 000 pour N .
 - (c) Quelle observation peut-on faire sur les moyennes (à comparer avec l'espérance théorique) et sur les variances calculées ? Expliquer ce que cela peut signifier.
3. On suppose qu'il existe une fonction aléatoire f qui donne directement le gain moyen sur un nombre N d'expériences (et donne une nouvelle valeur à chaque fois qu'on l'utilise). On peut donc, dans un algorithme, utiliser cette fonction comme par exemple ainsi :

X prend la valeur $f(N)$

En utilisant cela, écrire un algorithme (en langage algorithmique naturel) qui permet de calculer la moyenne des gains moyens sur 1 000 valeurs données par la fonction f (N étant fixé, disons donné par l'utilisateur). Penser à la boucle pour !

Bonus : Faire en sorte qu'en plus l'algorithme calcule aussi la variance.

* Cette propriété est appelée la loi des grands nombres.