

Devoir maison n°19 – mathématiques
Donné le 22/05/2012 – à rendre le 29/05/2012

Exercice 1 (Lieux géométriques) Soit A et B deux points du plan tels que $AB = 5$ cm. On souhaite déterminer l'ensemble des points M tels que

$$\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AB} = 25 \quad (E)$$

Une telle étude se fait généralement en deux temps.

Tout d'abord on suppose l'existence d'un point satisfaisant la contrainte (E) , puis l'on cherche à déterminer une propriété géométrique qu'il vérifie toujours.

Ensuite, réciproquement, on vérifie si tous les points qui vérifient cette propriété géométrique satisfont la contrainte (E) (ce n'est pas toujours le cas, il peut y avoir des cas particuliers).

- Soit M un point satisfaisant l'égalité (E) . Soit H le projeté orthogonal de M sur (AB) .
 - Quelle est la relation entre les vecteurs \overrightarrow{BH} et \overrightarrow{AB} ?
 - Déterminer la longueur BH .
 - En déduire la position précise du point H par rapport à A et B .
- Réciproquement, soit H le symétrique de A par rapport à B . Vérifier que tout point M de la droite perpendiculaire à (AB) passant par H satisfait (E) .
- Déduire des deux questions précédentes l'ensemble des points M qui satisfont (E) , et faire une figure.

Exercice 2 (Lieux géométriques (suite)) On considère les mêmes deux points A et B que dans l'exercice précédent.

Déterminer par une méthode similaire à celle de l'exercice précédent l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -10$, puis le tracer.

Exercice 3 (Lieux géométrique (fin ?)) On considère deux points A et B du plan. Soit (E) l'égalité :

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$$

- Quel est l'ensemble des points M qui satisfont (E) ? Justifier.
- Soit $R > 0$. En considérant un repère orthonormé, on note $A(-R; 0)$, $B(R; 0)$. Soit $M(x; y)$ un point satisfaisant (E) . Démontrer que :

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad \mathcal{C}$$

De quoi \mathcal{C} est-elle l'équation ?

Exercice 4 On considère la fonction f suivante :

$$f : x \mapsto \frac{5x - 7}{-2x^2 - 3x + 9}$$

Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes, après avoir donné leur ensemble de définition, puis déterminer le signe de la dérivée en fonction de x . Ce dernier devra être résumé dans un tableau. Garder les valeurs exactes obtenues par calcul.