

Devoir maison n°20 – mathématiques  
Donné le 29/05/2012 – à rendre le 05/06/2012

**Exercice 1** On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$$

1. Calculer la dérivée  $f'$  et étudier son signe.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .
3. Déterminer trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$$

(Cette question est une question classique à savoir faire)

4. Vérifier alors qu'en dérivant  $f$  avec cette dernière expression on obtient bien la même dérivée.

**Exercice 2** Étudier la fonction :  $h : x \mapsto \sqrt{x} - x + 2$ .

Cela signifie : déterminer l'ensemble de définition puis les variations de  $h$  sur celui-ci.

**Exercice 3 (Exercice classique sur les suites)** Soit  $u$  la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}(u_n + 1) \end{cases}$$

Soit  $v$  la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $v_n = u_n - 2$

1. Calculer les trois premiers termes de la suite  $u$ .
2. La suite  $u$  est-elle arithmétique ? Géométrique ?
3. Calculer les trois premiers termes de la suite  $v$ .
4. La suite  $v$  est-elle arithmétique ? Géométrique ?
5. Déterminer l'expression explicite de  $v$ .
6. En déduire l'expression explicite de  $u$ , puis calculer alors  $u_{50}$ .