Devoir Commun n°2 – mathématiques
Correction

Exercice 3

1. (a) Les plans (ADH) et (BCG) sont parallèles puisqu'ils portent des faces opposées du cube. Le plan (AHM) coupe le plan (ADH) en la droite (AH) car les deux points A et H sont communs aux deux plans.

   Or, si deux plans P et P' sont parallèles, alors tout plan Q qui coupe P coupe aussi P' et les droites d'intersection d et d' sont parallèles.

   Ainsi, le plan (AHM) couple le plan (BCG) en une droite parallèle à (AH).

   (b) Puisque le point M appartient à (BCG) et à (AHM), cette droite passe par M. On trace donc la parallèle à (AH) qui passe par M.

   (c) La section est le quadrilatère $AKPH$.

   (d) C'est un trapèze car, par construction, $(KP)//(AH)$.

2. (a) Démontrons que $K \in (AHM)$. Par construction, (KP) est l'intersection de (AHM) et de (BCG). Donc (KP) est incluse dans (AHM) et K appartient à (AHM). Ainsi, les points A, H, M et K sont tous dans le même plan, à savoir (AHM) : les quatre points sont donc coplanaires.

   (b) $K \in (BC)$, donc $K \in (ABC)$. Par suite, la droite (AK) est incluse dans le plan (ABC). Les quatre points A, H, M et K étant coplanaires, les droites (HM) et (AK) peuvent être sécantes. Si c'est le cas, leur intersection est donc un point appartenant à la fois à la droite (HM) et à la droite (AK), donc au plan (ABC).

   Ainsi, l'intersection de (HM) et (AK) est le point N recherché, intersection de (HM) et du plan (ABC).

   (c) Voir la figure pour la construction du point N.