

Devoir Surveillé n°7 – mathématiques  
30/03/2012**Exercice 1 (Algorithmique – 8 points)**

Soit  $N$  un nombre entier positif. On considère le processus suivant :

*si  $N$  est pair, le diviser par 2 ;  
si  $N$  est impair, le multiplier par 3 puis lui ajouter 1 ;  
Refaire le processus avec le nombre obtenu.*

Par exemple, si l'on choisit  $N = 5$ , on obtient la suite suivante : 5 ; 16 ; 8 ; 4 ; 2 ; 1 ; 4 ; 2 ; 1 ; ...

On obtient le nombre 1 au bout de 5 étapes, puis l'on boucle sur la suite 4 ; 2 ; 1. Il existe une conjecture (dite de Syracuse) qui dit que quelque soit l'entier choisi au départ, on finit toujours par trouver 1 au bout d'un certain nombre d'étapes. On décide alors que le processus s'arrête quand on obtient 1.

1. Montrer que le processus s'arrête si l'on choisit le nombre 3.
2. En admettant que «  $N$  est pair » est une condition comprise par la machine, traduire dans un langage algorithmique les deux premières lignes du processus.
3. Écrire un algorithme qui demande un entier  $N$  et applique le processus à  $N$  en affichant le nombre après chaque étape tant que 1 n'est pas obtenu.

**Exercice 2 (Vecteurs – 5 points)**

Dans le plan muni d'un repère on considère les trois points  $A\left(-2; \frac{9}{2}\right)$ ,  $B(0; 3)$  et  $D(4; -2)$  ainsi que le vecteur  $\vec{u}(-8; 6)$ .

1. Déterminer les coordonnées du point  $C$  tel que  $\vec{AC} = 3\vec{AB}$ .
2. Déterminer le point  $E$  de l'axe des ordonnées tel que  $\vec{u}$  et  $\vec{DE}$  soient colinéaires.

**Exercice 3 (Fonctions affines – 7 points)** On considère la fonction  $f : x \mapsto \frac{5}{4}x - 2$ .

1. Tracer dans un repère orthonormé d'unité un carreau la courbe représentative de  $f$ . Expliquer la méthode.
2. Résoudre algébriquement l'inéquation  $f(x) \geq 0$ .
3. Donner une interprétation graphique des solutions de la question précédente.
4. Placer dans le repère les points  $A(0; 3)$  et  $B(4; 0)$  et tracer la droite  $(AB)$ .
5. Justifier que la fonction affine  $g$  dont la représentation affine est la droite  $(AB)$  est définie par

$$g : x \mapsto -\frac{3}{4}x + 3$$

6. Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) > g(x)$ .