Chapitre :
Vecteurs

∽

⊛ **Activité :** 3,4p224 (parallélogrammes)

⊛ **Activité :** 1p225 (translation et introduction des vecteurs)

I. Definitions

Définition Soit A et B deux points du plan. La notation $\overrightarrow{AB}$ se dit « vecteur AB ». Il est représenté par une flèche. On dit que A est l'origine et que B est l'extrémité. Un vecteur est caractérisé par trois choses :
– Sa direction, c'est à dire celle de (AB) ;
– Son sens, celui de A vers B ;
– Sa longueur, celle de $[AB]$, à savoir AB.

Dessin

Définition Si $A = B$, alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA}$ on appelle ce vecteur particulier le vecteur nul, et on le note $\overrightarrow{0}$.

Définition On dit que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux si les trois choses suivantes sont vérifiées :
– les directions sont les mêmes, c'est à dire $(AB)//(CD)$;
– les sens sont les mêmes (le sens de A vers B est le même que le sens de C vers D) ;
– les longueurs sont les mêmes, c'est à dire $AB = CD$

De manière équivalente :

Propriété $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme.

Dessin

⚠ l'ordre des points est très important !

Propriété Soit $\overrightarrow{AB}$ un vecteur et O un point. Il existe un unique point M tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OM}$

C'est le point tel que $ABMO$ est un parallélogramme.
On peut dire aussi que M est l'image de O par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Remarque Il est important de noter que si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, l'objet $\overrightarrow{AB}$ est le même objet que $\overrightarrow{CD}$.

On peut appeler un vecteur par une seule lettre (minuscule) surmontée d'une flèche. Par exemple $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{u}$.
On peut représenter un vecteur à plusieurs endroits du plan.

Dessin d'un vecteur et plusieurs représentants

► **Exercices :** 1,2,4p231 (utilise l'opposé d'un vecteur)

II. Somme de vecteurs

Pour faire la somme de deux vecteurs, on représente ces deux vecteurs de manière que l'origine de l'un soit l'extrémité de l'autre. La somme est alors le vecteur dont l'origine est l'origine du premier et l'extrémité est l'extrémité du second.

Dessin

Pour faire la somme de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$:
À partir d'un point A on contruit le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u}$. On construit ensuite le point C tel que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{v}$.
Alors $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
Cette égalité est vraie pour tous points A, B et C.
C'est ce que l'on appelle la **relation de Chasles**.
Parfois, on souhaite faire la somme de deux vecteurs qui ont la même origine, c'est à dire $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Propriété Pour tous points A, B et C du plan,

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$$

où D est le point tel que $ABDC$ est un parallélogramme.

Dessin

Preuve : Comme $ABDC$ est un parallélogramme, on a $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$, et donc

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$$

d'après la relation de Chasles. □

Définition En remarquant que quelque soit A et B, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$, on dit que $\overrightarrow{BA}$ est l'opposé de $\overrightarrow{AB}$. On le note aussi $-\overrightarrow{AB}$. On a donc $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.

On écrit alors : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB} + (-\overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$.

Dessin

► **Exercices :** 5,6,7,8p232

► **Exercices :** 43,44,46,48,49p241