LYCÉE ALFRED KASTLER **TES**
2012–2013

Devoir maison n°02 – mathématiques
Donné le 02/10/2012 – à rendre le 09/10/2012

Exercice 1 Soit u une suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier n :

$$u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}$$

Écrire un algorithme permettant de calculer une valeur approchée de la somme des 10 premiers termes de la suite u.
Quelle est cette valeur ?

Exercice 2 Soit u la suite définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier n :

$$u_{n+1} = 0{,}5u_n + 2$$

1. Dans un repère, représenter les 10 premiers termes de la suite.
2. Émettre une conjecture sur la **convergence** de la suite u (c'est à dire : est-ce que la suite u a une limite finie, et si oui laquelle ?).
3. Soit v la suite définie pour tout entier n par $v_n = u_n - 4$.
   (a) Montrer que la suite v est géométrique et donner sa raison.
   (b) Exprimer v_n en fonction de n et en déduire l'expression de u_n en fonction de n.
4. Déterminer l'éventuelle limite de u.

Exercice 3 Hugo a emprunté une somme de 1 000€ à la banque au taux d'intérêts composés de 1% par mois. Chaque mois il rembourse 30€.

1. On appelle M_n le montant en euros qui reste à rembourser après son $n^{\text{ième}}$ remboursement ($M_0 = 1\ 000$).
   (a) Après un mois mais juste avant son premier remboursement, quel montant doit rembourser Hugo ?
   (b) Juste après son premier remboursement, combien doit-il encore rembourser ?
   (c) Soit n un entier tel que M_n est supérieur à 30€. Exprimer M_{n+1} en fonction de M_n (expliquer la formule).
2. Soit u la suite définie par $u_0 = 1\ 000$ et pour tout entier n :

   $$u_{n+1} = 1{,}01u_n - 30$$

   Soit v la suite définie pour tout entier n par $v_n = u_n - 3\ 000$
   (a) Montrer que v est géométrique et donner sa raison.
   (b) Exprimer alors v_n, puis u_n, en fonction de n.
   (c) Utiliser la calculatrice pour déterminer le nombre de mois nécessaires pour rembourser l'emprunt. Expliquer la méthode utilisée.