

Devoir maison n°04 – mathématiques
Donné le 22/11/2012 – à rendre le 29/11/2012

Exercice 1 On s'intéresse dans cet exercice à la fonction f définie sur l'ensemble des réels \mathbb{R} par

$$f(x) = -1 + xe^x$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- On admet que la fonction f est dérivable sur \mathbb{R} et on note f' sa fonction dérivée.
 - Montrer que, pour tout nombre réel x on a $f'(x) = (x + 1)e^x$.
 - Dresser le tableau de variations de la fonction f .
(la valeur de l'extremum sera arrondie à 10^{-2})
- Démontrer qu'une équation de la tangente T à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0 est $y = x - 1$.
- Dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ tracer la droite T et la courbe \mathcal{C} .
- Quelle conjecture peut-on faire sur la position de la courbe \mathcal{C} par rapport à la droite T ?
- Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Justifier la conjecture émise à la question 4.

Exercice 2 Une entreprise fabrique chaque mois x tonnes d'un certain produit, avec x appartenant à l'intervalle $]0; 6]$. Le coût moyen de fabrication, exprimé en milliers d'euros, pour une production mensuelle de x tonnes est donné par $C(x)$, où C est la fonction définie par :

$$C(x) = \frac{0,01e^x + 2}{x}.$$

- À l'aide de la calculatrice :
 - Conjecturer en terme de variations l'évolution du coût moyen de fabrication sur l'intervalle $]0; 6]$;
 - Estimer le minimum du coût moyen de fabrication et la production mensuelle correspondante ;
 - Dire s'il est possible d'atteindre un coût moyen de fabrication de 4000 euros. On précisera la méthode utilisée.
- On désigne par C' la fonction dérivée de la fonction C . Montrer que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0; 6]$:

$$C'(x) = \frac{0,01xe^x - 0,01e^x - 2}{x^2}$$

- On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; 6]$ par :

$$f(x) = 0,01xe^x - 0,01e^x - 2$$

On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f .

- Vérifier que pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0; 6]$

$$f'(x) = 0,01xe^x$$

- Justifier que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]0; 6]$.