

Devoir maison n°08 – mathématiques
Donné le 21/05/2013 – à rendre le 28/05/2013

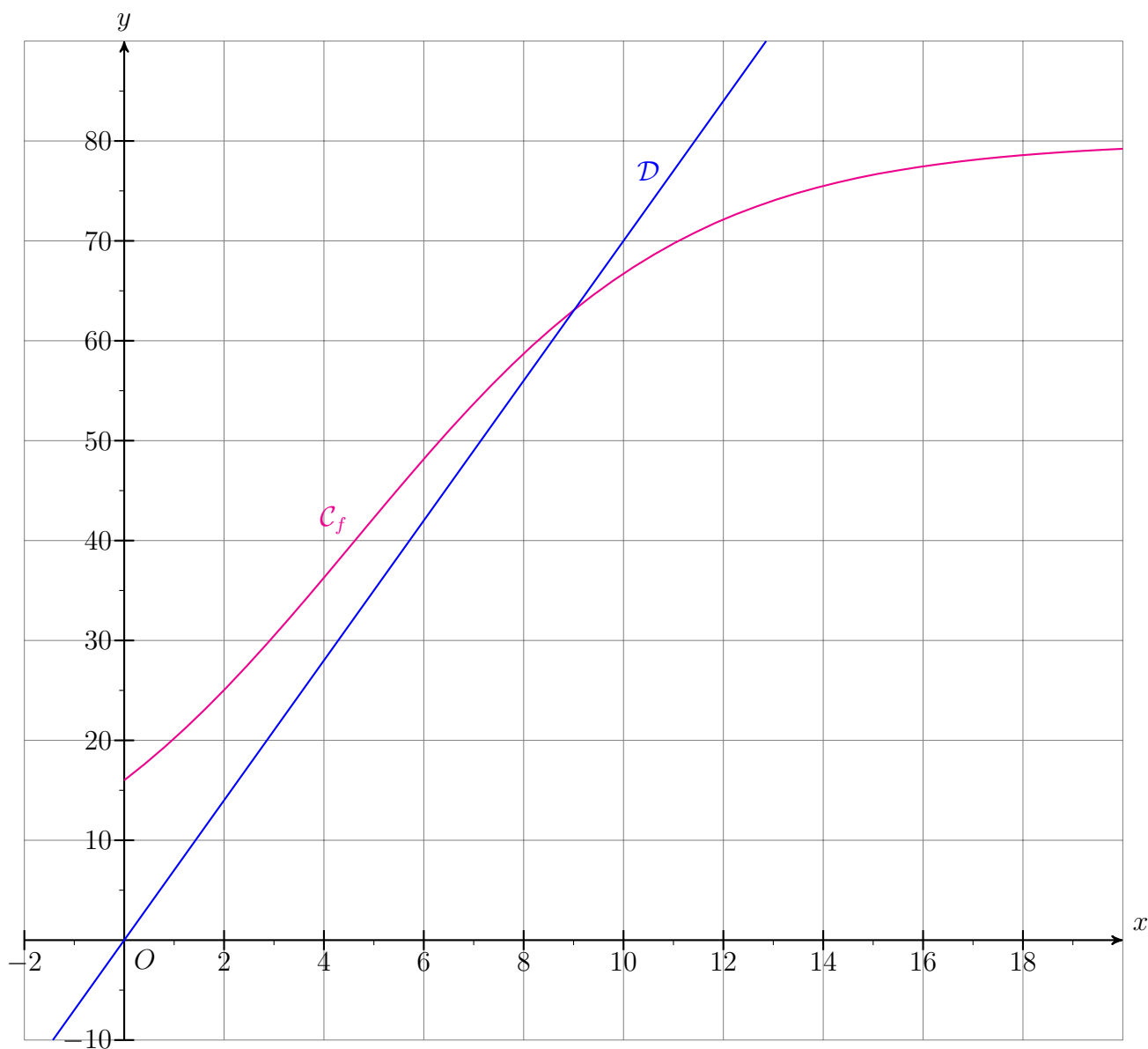
Exercice 1 Partie A : étude d'une fonction

Soit f la fonction dérivable définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{80}{1 + 4e^{-0,3x}}$$

Dans un repère orthogonal, on note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et D la droite d'équation $y = 7x$.

On admet que la courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite D se coupent en un seul point d'abscisse x_0 et on donne $x_0 \simeq 9,02$.



1. Calculer $f(0)$ et la valeur arrondie au centième de $f(20)$.
2. Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
3. Montrer que pour tout x appartenant à $[0 ; +\infty[$, on a $f(x) < 80$. En déduire la position relative de la courbe $\mathcal{C}_f$ par rapport à la droite d'équation $y = 80$ sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
4. À l'aide du graphique, déterminer, selon les valeurs de x , le signe de $7x - f(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

Partie B : interprétation économique

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On utilisera les résultats de la partie A.

Une entreprise peut produire chaque jour au maximum 2 000 thermomètres de bain pour bébé.

On note x le nombre de centaines de thermomètres produits chaque jour travaillé, x appartenant à l'intervalle $[0 ; 20]$.

On suppose que le coût total de production par jour, exprimé en centaines d'euros, est égal à $f(x)$, où f est la fonction définie dans la **partie A**.

1. Déterminer le montant des « coûts fixes », c'est-à-dire le montant des coûts lorsque la quantité produite est nulle.
2. Le coût total de production des thermomètres peut-il atteindre 8 100 € par jour ? Justifier.
3. Le prix de vente d'un thermomètre est fixé à 7 €. La recette journalière, exprimée en centaines d'euros, est donc donnée par $R(x) = 7x$.

Pour quelles productions journalières de thermomètres l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ? Justifier.

Exercice 2 Dans un journal ancien, on trouve l'article suivant :

« Le docteur O. affirme que les parents bien nourris donnent plutôt naissance à une fille qu'à un fils. O. explique qu'un examen de la noblesse du pays montre que les familles d'aristocrates étudiées ont 57% de filles. »

Combien faut-il de familles de l'aristocratie pour que ce pourcentage s'écarte significativement de 50% au niveau de confiance 0,95 ? On détaillera le raisonnement permettant d'aboutir au résultat.