

Devoir surveillé n°01 – mathématiques
02/10/2012

Exercice 1 (5 points) Zoé place 7 000€ sur un compte au taux d'intérêts composés de 3% par an. Soit u_n le montant du capital disponible sur le livret n années après le début du placement. On sait donc que $u_0 = 7\,000$.

1. Pour un entier n exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
2. Quelle est la nature de la suite u ? Préciser ses caractéristiques.
3. Donner le sens de variation de u .
4. Quel est le montant du capital au bout de 20 ans?

Exercice 2 (10 points) La hauteur atteinte par une balle diminue de 19% à chaque rebond. On lâche une balle d'une hauteur de 1,25m. Soit u_n la hauteur maximale atteinte après le n -ième rebond. On a donc $u_0 = 1,25$.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
2. Quelle est la nature de la suite u ?
3. Quelle est la limite de la suite u ?
4. On souhaite déterminer la distance verticale totale parcourue par la balle.
 - (a) Justifier que la distance parcourue par la balle lorsqu'elle touche le sol pour la $n + 1$ -ième fois ($n \geq 1$) est donnée par :

$$D_n = u_0 + 2u_1 + \dots + 2u_n$$

- (b) Soit $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. Exprimer S_n en fonction de n .
- (c) En déduire l'expression de D_n en fonction de n .
- (d) Déterminer la limite de S_n lorsque n tend vers $+\infty$.
- (e) En déduire la distance totale parcourue par la balle.

Exercice 3 (Pour les élèves ne suivant pas la spécialité – 5 points)

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier

1. Une suite positive qui n'a pas une limite finie admet une limite égale à $+\infty$.
2. Une suite géométrique positive et strictement croissante admet une limite égale à $+\infty$.
3. Si une suite géométrique positive a une limite finie, alors la somme de ses termes a également une limite finie.

Exercice 3 (Pour les élèves qui suivent la spécialité – 5 points)

On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -1 \\ 5 & 12 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} x+y & 3 & y \\ 5 & 6z & z-x \end{pmatrix}$$

1. Que vaut le nombre a_{21} ?
2. Écrire la matrice tA .
3. Déterminer x , y et z tels que $A = B$.