LYCÉE ALFRED KASTLER **TES**
2012–2013

Devoir surveillé n°03 – mathématiques
04/12/2012

Exercice 1 (9 points)

1. Soit d la fonction définie sur l'intervalle $[0;4]$ par :

$$d(x) = \frac{3x + 0{,}3}{e^x} - 1{,}3$$

   On note d' la fonction dérivée de la fonction d sur l'intervalle $[0;4]$.

   (a) Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0;4]$, $d'(x) = \dfrac{-3x + 2{,}7}{e^x}$.

   (b) Étudier, pour x variant dans l'intervalle $[0;4]$, le signe de $d'(x)$, puis dresser le tableau de variations complet de la fonction d sur l'intervalle $[0;4]$. (on donnera dans ce tableau des valeurs arrondies à 10^{-2} près).

   (c) En déduire le signe de la fonction d sur l'intervalle $[0;4]$.

2. Soient f et g les fonctions définies sur $[0;4]$ par $f(x) = \dfrac{3x + 3{,}3}{e^x}$ et $g(x) = -1{,}3x + 5{,}97$.
   Soit h la fonction définie sur $[0;4]$ par : $h(x) = g(x) - f(x)$.

   (a) Montrer que pour tout $x \in [0;4]$, $h'(x) = d(x)$
   (d désigne la fonction étudiée dans la première question).

   (b) En déduire le tableau de variations de la fonction h sur $[0;4]$.

Exercice 2 (Pour les élèves ne suivant pas la spécialité – 5 points)

Lors de l'année de terminale ES, les trois quarts des élèves travaillent sérieusement tout au long de l'année scolaire.
Un candidat au baccalauréat ES a une probabilité de 0,9 d'obtenir son bac s'il a travaillé sérieusement et une probabilité de 0,2 s'il n'a pas travaillé sérieusement pendant l'année scolaire.
Un candidat est dit surpris s'il est admis alors qu'il n'a pas travaillé sérieusement pendant l'année scolaire ou bien s'il est refusé et qu'il a travaillé sérieusement pendant l'année scolaire. On note :

- T l'événement « le candidat a travaillé sérieusement »
- A l'événement « le candidat est admis au baccalauréat ES »
- S l'événement « Le candidat est surpris ».

On interroge au hasard un candidat au baccalauréat ES.
Dans tout l'exercice, on donnera des valeurs approchées arrondies au millième.

1. Construire un arbre pondéré traduisant les données de l'énoncé.
2. Déterminer la probabilité des événements suivants :

   (a) $\mathrm{T} \cap \mathrm{A}$

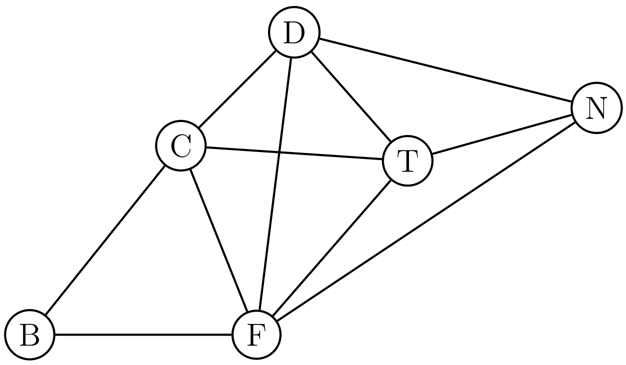
   (b) $\mathrm{T} \cap \overline{\mathrm{A}}$

   (c) $\overline{\mathrm{T}} \cap \mathrm{A}$

   (d) $\overline{\mathrm{T}} \cap \overline{\mathrm{A}}$

3. (a) Déterminer la probabilité que le candidat interrogé soit admis.
   (b) Le candidat est admis. Déterminer la probabilité que ce candidat ait travaillé sérieusement pendant l'année scolaire.
4. Démontrer que la probabilité de l'événement S est 0,125.

Exercice 2 (Pour les élèves qui suivent la spécialité – 5 points)
Un groupe d'amis organise une randonnée dans les Alpes.
On a représenté par le graphe ci-dessous les sommets B, C, D, F, T, N par lesquels ils peuvent choisir de passer. Une arête entre deux sommets coïncide avec l'existence d'un chemin entre les deux sommets.



1. Quel est l'ordre du graphe ?
2. Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet	B	C	D	F	N	T
Degré du sommet						

3. Le groupe souhaite passer par les six sommets en passant une fois et une seule par chaque chemin. Démontrer que leur souhait est réalisable. Donner un exemple de trajet possible.
4. Déterminer le nombre de chaînes de longueur 5 allant de F à N. Expliquer la démarche.

Exercice 3 (6 points) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x$.

1. Calculer la dérivée f' de f est en donner une expression factorisée.
2. Déterminer le signe de $f'(x)$ en fonction de x et en déduire les variations de f.
3. Résoudre l'équation $f(x) = x$.
4. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse -1.