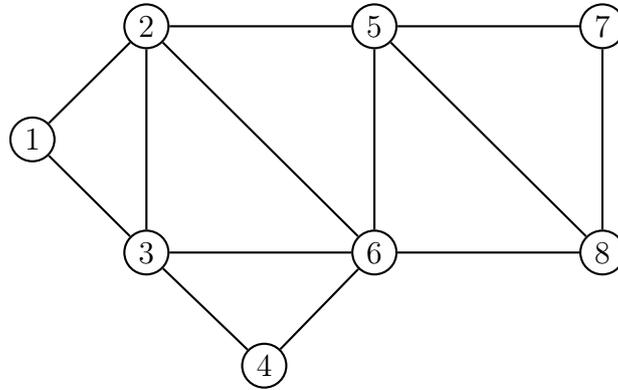
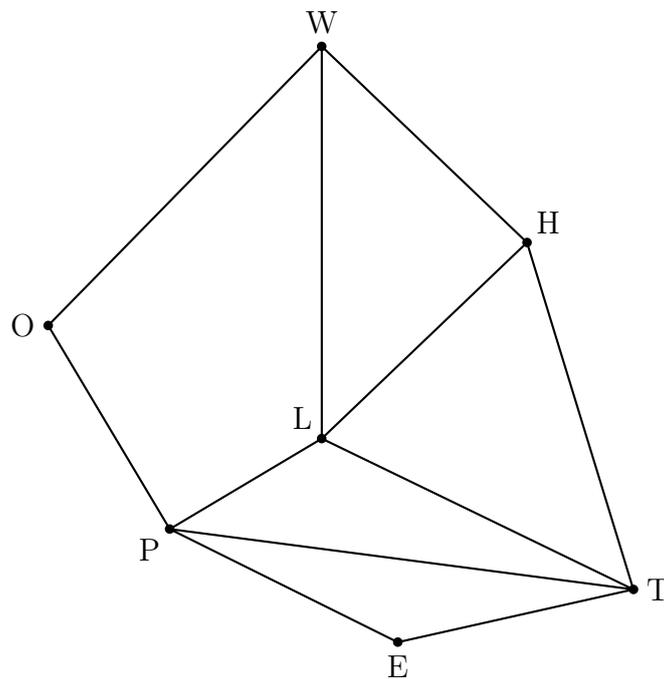


Exercice 1 On considère un lotissement résidentiel privé dont un plan est représenté à l'aide du graphe ci-dessous. Les sommets sont les différents carrefours et les arêtes sont les voies de circulation.



1. Justifier que ce graphe est connexe.
2. Le conducteur du camion poubelle doit passer le long de chaque voie afin de collecter les déchets individuels de chaque habitation. Il entre dans le lotissement par le sommet 8 : lui est-il possible de parcourir le lotissement en empruntant chaque voie une fois et une seule ? Justifier.

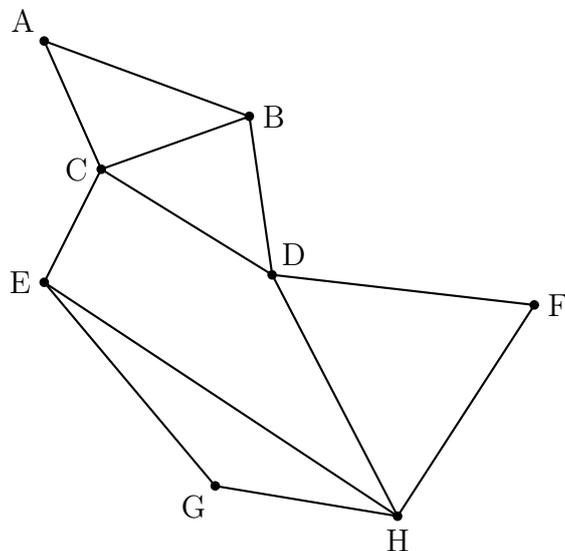
Exercice 2 On considère le graphe Γ ci-dessous :



1. Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ? (La réponse devra être justifiée). Si oui donner une telle chaîne.
2. Ce graphe admet-il un cycle eulérien ? (La réponse devra être justifiée). Si oui donner un tel cycle.
3. Donner la matrice M associée au graphe Γ (les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique : E ; H ; L ; O ; P ; T ; W).

Exercice 3 Un orchestre doit effectuer une tournée passant par les villes A, B, C, D, E, F, G et H, en utilisant le réseau autoroutier.

Le graphe Γ ci-dessous représente les différentes villes de la tournée et les autoroutes reliant ces villes (une ville est représentée par un point, une autoroute par une arête) :



1. Est-il possible d'organiser la tournée en passant au moins une fois par chaque ville, tout en empruntant une fois et une seule chaque tronçon d'autoroute? (la réponse sera justifiée).
Si oui citer un trajet de ce type.
2. On appelle M la matrice associée au graphe Γ (les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique).

On donne la matrice M^3 :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 6 & 7 & 3 & 2 & 2 & 3 \\ 6 & 6 & 4 & 9 & 7 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 9 & 4 & 3 & 5 & 3 & 8 \\ 1 & 3 & 7 & 3 & 2 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 2 & 3 & 5 & 3 & 2 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 8 & 7 & 5 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Combien existe-t-il de chemins de longueur 3 reliant B à H? (la réponse devra être justifiée).
Préciser ces chemins.