Chapitre : Optimisation

I. Droites et leurs équations

⊛ **Activité :** 1.A.p26
On considère le plan muni d'un repère.

Propriété Toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation appelée équation réduite, du type $y = mx + p$. Le nombre m est le coefficient directeur et p est l'ordonnée à l'origine. Cette équation est unique.

Méthode On rappelle que pour tracer une droite, il suffit de connaître deux points de cette droite. Pour placer le premier points, deux méthodes :

- la plus simple consiste à placer le point de coordonnées $(0; p)$.
- Si ce n'est pas possible, choisir une valeur de x, et calculer la valeur de y correspondante. On obtient alors le point de coordonnées $(x; y)$.

À partir du premier point, on place un second point en utilisant le coefficient directeur : On se déplace d'une unité hozirontalement vers la droite, puis de m unités verticalement (vers le haut si m est positif, vers le bas si m est négatif). Dans le cas où $m = \frac{a}{b}$, il est plus simple de se déplacer de b unités horizontalement sur la droite, puis de a unités verticalement (selon le signe de a là aussi).

Figures

▶ **Exercices :** 2(c),3p51

⊛ **Activité :** 1.B.p26

Propriété Soit a, b et c trois nombres fixés. Si a et b ne sont pas tous deux nuls, l'équation $ax + by = c$ est l'équation d'une droite. Une telle équation n'est pas unique pour une droite donnée (il suffit de multiplier par un nombre non nul pour avoir une autre équation pour la même droite).

Méthode Pour tracer une telle droite, il y a deux méthodes :

- transformer si possible l'équation en équation réduite et utiliser la méthode pour ce type d'équation.
- Choisir deux valeurs de x et calculer les valeurs de y correspondantes, ce qui donne deux points.

Si jamais $b = 0$, on obtient une équation de la forme $x = d$, qui est parallèle à l'axe des ordonnées (et passe par le point de coordonnées $(d; 0)$).

▶ **Exercices :** 4,5p51

⊛ **Activité :** 1.C.p26

Méthode Pour déterminer une équation de droite non verticale :

- On peut lire graphiquement l'ordonnée à l'origine p, et le coefficient directeur (méthode inverse de celle permettant de tracer la droite).
- On choisit deux points A et B de la droite et on applique la formule suivante pour calculer m :

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

  Ensuite, m étant connu, pour obtenir p on résout l'équation : $y_A = m \times x_A + p$. Ce qui revient aussi à utiliser la formule suivante qui donne l'équation (à développer) :

$$y = m(x - x_A) + y_A$$

Si la droite est verticale, il suffit de lire la valeur de l'abscisse a de tous les points : $x = a$.

▶ **Exercice :** 6p51

Propriété Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur

Propriété Les deux droites d'équation $ax + by = c$ et $a'x + b'y = c'$ sont parallèles si et seulement si les coefficients a et b sont respectivement proportionnels aux coefficients a' et b'.

Exemple Donner deux droites parallèles, deux droites non parallèles.

▶ **Exercice :** 1p51

▶ **Exercices :** 7(c),8p51, 10p52

II. Régionnement de plan

⊛ **Activité :** 3p30

Propriété La droite d'équation $y = mx + p$ partage le plan en deux demi-plans :

- Le demi-plan situé au dessus de la droite contient tous les points $M(x; y)$ tels que $y > mx + p$;
- Le demi-plan situé en dessous de la droite contient tous les points $M(x; y)$ tels que $y < mx + p$.

Figure

Ainsi par exemple les solutions de l'inéquation $y > mx + p$ est représenté par le demi-plan situé au dessus de la droite d'équation $y = mx + p$.

▶ **Exercices :** 19p53 et 24p53

▶ **Exercice :** TP3p36 (programmation linéaire)

▶ **Exercices :** 21,22p53 (systèmes d'inéquations) et 26p54

▶ **Exercices :** 31p54-55, 33p55 (problèmes)