

# Chapitre :

## Dérivation (supplément)



### I. Composée de fonctions

---

⊗ **Activité** : 4p63

**Définition** Soit  $u$  et  $v$  deux fonctions. On appelle fonction composée de  $u$  suivie de  $v$  la fonction qui à  $x$  associe  $v(u(x))$  (lorsque cela est possible).

Diagramme

**Définition** La fonction  $f : x \mapsto \sqrt{3x+5}$  est une fonction composée : Soit  $u : x \mapsto 3x+5$  et  $v : x \mapsto \sqrt{x}$ . Alors  $f$  est la fonction  $u$  suivie de  $v$ . En effet,  $v(u(x)) = v(3x+5) = \sqrt{3x+5}$ . La fonction  $f$  est définie pour tout  $x$  tel que  $3x+5 \geq 0$ , c'est à dire sur  $\left] -\frac{5}{3}; 0 \right[$ .

► **Exercices** : 41p89, 42,43p90

**Propriété** Si  $u$  est dérivable en  $x$  et  $v$  est dérivable en  $u(x)$ , alors la fonction  $f$ , composée de  $u$  suivie de  $v$ , est dérivable en  $x$  et

$$f'(x) = u'(x) \times v'(u(x))$$

**Preuve** : Admis. □

**Exemple** Prenons l'exemple précédent. On a  $u'(x) = 3$  et  $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ . Par suite,

$$f'(x) = u'(x) \times v'(u(x)) = 3 \times v'(3x+5) = 3 \times \frac{1}{2\sqrt{3x+5}} = \frac{3}{2\sqrt{3x+5}}$$

Conséquence de la propriété précédente, les formules suivantes :

**Propriété** Soit  $u$  une fonction dérivable et  $n$  un entier naturel. On a les formules suivantes (dans les cas où les fonctions sont définies) :

$$(u^2)'(x) = 2u'(x)u(x) \quad (u^n)'(x) = nu'(x)u^{n-1}(x)$$

$$\left(\frac{1}{u^n}\right)'(x) = \frac{-u'(x)}{u^{n+1}(x)}$$

$$(\sqrt{u})'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$$

**Exemple** Dérivée des fonctions  $x \mapsto (5x + 3)^4$ ,  $x \mapsto \frac{1}{(6x + 2)^5}$ . La fonction  $f$  donne un exemple d'utilisation de la dernière formule.

► **Exercices** : 45,46,47p90