

Devoir maison n°03 – mathématiques
Donné le 11/03/2013 – à rendre le 18/03/2013

Exercice 1 Une entreprise de menuiserie produit et vend des tables. On note x le nombre de tables fabriquées chaque semaine, x étant un nombre entier compris entre 3 et 12.

Le coût total de production de ces tables, exprimé en centaines d'euros, est donné par :

$$C_T(x) = 0,25x^2 + x + 20,25$$

Partie A : Étude de fonction

On considère la fonction définie sur l'intervalle $[3; 12]$ par : $f(x) = 0,25x^2 + x + 20,25$.
Autrement dit, pour tout $x \in [3; 12]$ on a $C_T(x) = f(x)$.

- Calculer $f'(x)$ et montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[3; 12]$.
- Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f(x)$							49,5			

- Tracer la représentation graphique \mathcal{C}_f de f dans le repère orthogonal d'unités graphiques :
 - 1 cm pour 1 sur l'axe des abscisses ;
 - 2 cm pour 5 sur l'axe des ordonnées.

Partie B : Recherche d'un prix de vente

Toutes les tables fabriquées sont vendues et l'entreprise doit fixer le prix de son produit.
On note $R(x)$ la recette, en centaines d'euros, occasionnée par la vente de x tables.

- La première proposition est un prix de 550€ par table.
 - Calculer $R(10)$ dans ce cas.
 - Donner l'expression de $R(x)$ en fonction de x .
 - À l'aide de la question 2 de la partie A, expliquer pourquoi ce prix de vente ne peut pas convenir sur le plan commercial.
- La deuxième proposition est un prix de 630€ par table.
 - Calculer $R(x)$ dans ce cas.
 - Représenter sur le graphique précédent la droite \mathcal{D} d'équation $y = 6,3x$.
 - En déduire graphiquement, en justifiant la réponse, les valeurs entières de x appartenant à l'intervalle $[3; 12]$ pour lesquelles la recette sera strictement supérieure au coût total.
- On se propose de déterminer le nombre de tables fabriquées et vendues permettant de réaliser un bénéfice maximal, cela avec le prix de vente de la deuxième proposition.
 - Montrer que l'expression du bénéfice est : $B(x) = -0,25x^2 + 5,3x - 20,25$.
 - Calculer $B'(x)$ et en déduire les variations de B sur $[3; 12]$.
On précisera les valeurs extrêmes.
 - En déduire la valeur de x qui procure un bénéfice maximal.
On pourra calculer $B(10)$ et $B(11)$.