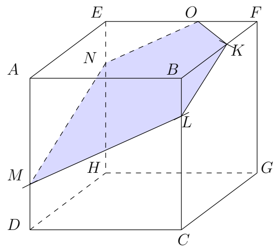
LYCÉE ALFRED KASTLER **2nde**
2012–2013

Devoir maison n°07 – mathématiques
Correction



1. Voir la figure.
2. Les faces $ABFE$ et $BCGF$ étant carrées, on a $(AB)//(EF)$ et $(BC)//(FG)$. Les droites (AB) et (BC) sont sécantes en B et déterminent le plan (ABC). Les droites (EF) et (FG) sont sécantes en F et déterminent le plan (EFG).

   Or, si deux droites sécantes déterminant un plan $\mathscr{P}$ sont respectivement parallèles à deux autres droites sécantes déterminant un plan $\mathscr{P}'$, alors les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont parallèles.

   Par conséquent, (ABC) et (EFG) sont parallèles.

   Par suite, on obtient que deux faces opposées d'un cube sont parallèles.
3. (a) D'après la question 2, on peut affirmer que (BCF) est parallèle à (ADE). Le plan (MLK) coupe (BCF) selon (LK) (car $L \in [BC]$ et $K \in [BF]$).

   Or, si deux plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont parallèles, alors tout plan $\mathscr{Q}$ sécant avec $\mathscr{P}$ est aussi sécant avec $\mathscr{P}'$, et les droites d'intersection sont parallèles.

   Ainsi, (MLK) coupe le plan (AED) selon une droite parallèle à (LK).

   On sait de plus que le plan (MLK) coupe le plan (AED) en M (car $M \in [AD]$). Donc la droite d'intersection entre (MLK) et (AED) passe par M.

   Finalement, l'intersection entre (MLK) et (AED) est la droite parallèle à (LK) passant par M.

   (b) Voir la figure. Comme indiqué, N est l'intersection de la droite tracée avec $[EH]$.
4. (a) D'après la question 2, on peut affirmer que (ABC) est parallèle à (EFG). Le plan (MLK) coupe (ABC) selon (ML) (car $M \in [AD]$ et $L \in [BC]$).

   En utilisant la même propriété que précédemment, on conclut que (MLK) coupe le plan (EFG) selon une droite parallèle à (ML).

   On sait de plus que le plan (MLK) coupe le plan (EFG) en N d'après la question précédente. Donc la droite d'intersection entre (MLK) et (EFG) passe par N.

   Finalement, l'intersection entre (MLK) et (EFG) est la droite parallèle à (ML) passant par N.

   (b) Voir la figure. Comme indiqué, O est l'intersection de la droite tracée avec $[EF]$.
5. Puisque K et O sont tous les deux des points du plan (MLK) respectivement par définition et par construction, le plan contient la droite (KO). Or (KO) est incluse dans le plan (BEF) (car $O \in [EF]$ et $K \in [BF]$). Donc l'intersection entre (MLK) et la face $ABFE$ est le segment $[OK]$.
6. La section recherchée est l'ensemble des points situés dans le polygone $KLMNO$. Elle doit en effet être située à l'intérieur du cube et est donc délimitée par les intersections du plan (MLK) avec chacune des faces du cube, qui ont été déterminées grâce aux questions précédentes. On obtient donc la figure tracée plus haut.