

Définition À partir d'une proposition P , on peut énoncer une autre proposition, notée « non P », qui est la négation de P .

Par exemple, la négation de « le tableau est vert » est la proposition « le tableau n'est pas vert ». Si l'une des deux propositions est vraie, alors l'autre est fausse.

Exercice 1 On tire une carte dans un jeu de 32 cartes. Écrire la négation des propositions suivantes, si possible de deux manières différentes.

1. « La carte est un pique ».
2. « La carte est le 10 de cœur ».
3. « La carte est une dame ou un carreau ».
4. « La carte n'est pas un valet ou est un trèfle ».

Exercice 2 Écrire la négation des propositions suivantes puis indiquer les propositions vraies.

1. « Il existe un nombre réel x tel que $x^2 > 4$ » (trouver deux manières d'énoncer la négation).
2. « Toutes les personnes présentes dans la classe sont des filles » (même chose).
3. « Un carré est aussi un rectangle ».
4. « Deux droites de l'espace sont soit parallèles, soit sécantes ».

Rappel (et exercice)

Soit P une proposition écrite sous la forme « Si A alors B » (où A et B sont des propositions).

- La **contraposée** de P est : « Si alors ».
- La **réciproque** de P est : « Si alors ».

Si la proposition est vraie, alors la est nécessairement vraie ; cependant, la n'est pas nécessairement vraie.

Exercice 3 Pour chacune des propositions suivantes (de géométrie dans l'espace),

- écrire sa contraposée et sa réciproque.
 - Indiquer ensuite lesquelles parmi la proposition, sa contraposée et sa réciproque sont vraies.
1. « Si deux droites sont sécantes, alors elles sont coplanaires ».
 2. « Si deux droites sont coplanaires, alors elles sont sécantes ».
 3. « Si deux droites sont parallèles, alors elles sont coplanaires ».
 4. « Si $ABCDEFGH$ est un cube, alors (AB) est parallèle à (HG) ».
 5. « Si trois droites sont concourantes, alors elles sont coplanaires ».

Exercice 4 Donner d'autres exemples de propositions dans le domaine de la géométrie, d'autres domaines des mathématiques, ou même de la vie courante, qui sont de la forme « Si A alors B ». En chercher :

- qui sont fausses mais dont la réciproque est vraie ;
- qui sont vraies mais dont la réciproque est fausse ;
- qui sont vraies et dont la réciproque est vraie.