Contrôle n°04 – mathématiques
11/04/2014**Exercice 1 (5 points)**

Un employé se rend à son travail en bus et, soit il n'est pas en retard, c'est-à-dire qu'il est à l'heure ou en avance, soit il est en retard.

Le 1^{er} jour, la probabilité que cet employé arrive en retard est de 0,2.

Pour les jours suivants :

S'il est en retard un jour donné, alors la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est de 0,05.

Si l'employé n'est pas en retard un jour donné, alors la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est de 0,2.

Pour tout entier naturel n non nul, on note :

R_n l'événement « l'employé est en retard à son travail le n -ième jour ».

H_n l'événement « l'employé n'est pas en retard à son travail le n -ième jour ».

On note également, pour tout entier naturel n non nul :

- r_n la probabilité que l'employé soit en retard le n -ième jour,
- h_n la probabilité que l'employé ne soit pas en retard le n -ième jour,
- $P_n = \begin{pmatrix} r_n & h_n \end{pmatrix}$ la matrice qui traduit l'état probabiliste au n -ième jour.

1. Déterminer l'état initial P_1 .
2. (a) Tracer un graphe probabiliste traduisant les données de l'énoncé.
(b) Donner la matrice de transition M associée à ce graphe.
3. Quelle est la probabilité que cet employé soit en retard le 3^e jour ? On donnera le résultat avec une valeur arrondie au centième.
4. Soit $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ l'état probabiliste stable.
 - (a) Montrer que x et y vérifient la relation $y = 0,95x + 0,8y$.
 - (b) Déterminer l'état stable du système en arrondissant les valeurs au millièm. Interpréter ces résultats.