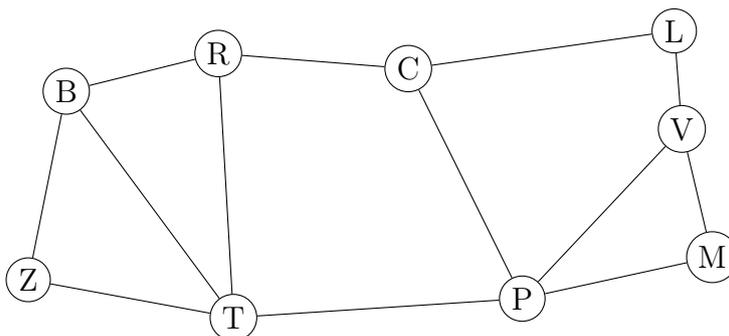


Devoir surveillé n°01 – mathématiques  
type bac du 22/01/2014

**Exercice 1 (Spécialité – 5 points)**

Le graphe ci-dessous représente les autoroutes entre les principales villes du Sud de la France : Bordeaux (B), Clermont-Ferrand (C), Lyon (L), Marseille (M), Montpellier (P), Brive (R), Toulouse (T), Valence (V) et Biarritz (Z).



1. Pour cette question, on justifiera chaque réponse.
  - (a) Déterminer l'ordre du graphe.
  - (b) Déterminer si le graphe est connexe.
  - (c) Déterminer si le graphe est complet.
2. Un touriste souhaite atterrir dans l'une des villes puis louer une voiture. Il cherche à savoir s'il pourra visiter toutes les villes en empruntant une et une seule fois chaque autoroute.
  - (a) Est-ce possible? Justifier et, si ça l'est, donner la route à suivre.
  - (b) Si l'on enlève les villes de Bordeaux (B) et de Biarritz (Z), est-ce possible? Justifier, et si ça l'est, donner une route à suivre.
  - (c) Toujours en enlevant les villes de Bordeaux et de Biarritz, pourrait-il partir de Lyon? Justifier.

3. Il décide finalement d'atterrir à Lyon puis d'aller seulement à Biarritz. On note  $N$  la matrice associée au graphe, les sommets étant rangés dans l'ordre alphabétique : B, C, L, M, P, R, T, V, Z.

Voici les matrices  $N$  et  $N^3$  :

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad N^3 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 1 & 3 & 6 & 6 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 5 & 2 & 8 & 6 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 0 & 2 & 1 & 0 & 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 5 & 2 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 8 & 1 & 5 & 2 & 1 & 8 & 7 & 1 \\ 6 & 6 & 0 & 2 & 1 & 2 & 8 & 3 & 2 \\ 6 & 1 & 3 & 1 & 8 & 8 & 4 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 5 & 4 & 7 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 0 & 1 & 1 & 2 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- (a) En détaillant le calcul, déterminer le coefficient de la troisième ligne et dernière colonne de la matrice  $N^4$ .
- (b) En donner une interprétation.