Devoir maison n°03 – mathématiques
Donné le 13/02/2013 – à rendre le 20/02/2013

Rappel Le coût moyen unitaire (d'un article) quand on en a fabriqué q est $C_m(q) = \frac{C(q)}{q}$, où $C(q)$ est le coût total de production pour q articles.

Exercice 1

A. Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[30; 120]$ par $f(x) = 2x - 230 + \frac{7\,200}{x}$.

1. On désigne par f' la fonction dérivée de f . Montrer que pour tout $x \in [30; 120]$:

$$f'(x) = \frac{2(x - 60)(x + 60)}{x^2}$$

2. Étudier (à l'aide d'un tableau de signes) le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[30; 120]$.
3. (a) Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant. Arrondir les valeurs à 10^{-1} .

x	30	40	50	55	60	65	70	90	120
$f(x)$									70

- (b) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal pour x appartenant à l'intervalle $[30; 120]$. Prendre :
- 1 cm pour 10 unités sur l'axe des abscisses
 - 1 cm pour 5 unités sur l'axe des ordonnées.
4. À l'aide du graphique, encadrer par deux entiers consécutifs les solutions de l'équation $f(x) = 35$, en laissant apparaître les traits de construction utiles.

B. Application

Dans un restaurant, le coût moyen unitaire de fabrication de x repas, exprimé en euros, est donné par la relation : $C_m(x) = 2x - 230 + \frac{7\,200}{x}$, pour x compris entre 30 et 120.

1. En utilisant la partie **A.**, déterminer le nombre de repas qui donne un coût moyen unitaire minimal. Quel est ce coût ?
2. Montrer que le coût total de fabrication de x repas, exprimé en euros, est donné par la relation $C(x) = 2x^2 - 230x + 7\,200$.
3. Le restaurateur propose le repas au prix de 35€.
 - (a) Calculer le bénéfice réalisé $B(x)$ en fonction du nombre x de repas servis.
 - (b) Combien doit-il servir de repas pour réaliser un bénéfice ?