Devoir maison n°04 – mathématiques
Correction

Exercice 1

1. (a) Grâce à la calculatrice, on trouve $\mathbb{P}(X \leqslant 242) \simeq \mathbb{P}(-10^{99} \leqslant X \leqslant 242) \simeq 0{,}0912$.
   (b) Dans un lot de 1 000 sachets, on peut estimer que le nombre de sachets de masse inférieure à 242 milligrammes est donc $1\,000 \times 0{,}0912 \simeq 91$.
2. (a) On doit calculer $\mathbb{P}($« le sachet est bien rempli »$) = \mathbb{P}(239 \leqslant X \leqslant 261) \simeq 0{,}9333$.
   (b) $\mathbb{P}($« le sachet n'est pas bien rempli »$) = 1 - \mathbb{P}($« le sachet est bien rempli »$) \simeq 0{,}0667$.

Exercice 2

1. (a) On considère l'épreuve de Bernoulli qui consiste à faire un match. On considère comme succès l'événement : « le match est nul » ; sa probabilité est $p = \dfrac{1}{3}$. Cette expérience est répétée de manière indépendante $n = 6$ fois. Le nombre de succès, autrement dit le nombre de matchs nuls X, suit alors une loi binomiale de paramètres $n = 6$ et $p = \dfrac{1}{3}$.
   (b) Grâce à la calculatrice on obtient $\mathbb{P}(X = 4) \simeq 0{,}0823$.
2. (a) On doit calculer $\mathbb{P}(Y \geqslant 30) \simeq \mathbb{P}(30 \leqslant Y \leqslant 10^{99}) \simeq 0{,}0668$.
   (b) On doit calculer $\mathbb{P}(Y \leqslant 10) \simeq \mathbb{P}(-10^{99} \leqslant Y \leqslant 10) \simeq 0{,}00023$.

Exercice 3 Soit X la variable aléatoire désignant la taille d'un bébé à la naissance, et soit Y la variable aléatoire désignant le poids d'un bébé à la naissance.

1. On sait que $\mathbb{P}(\mu - 2\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \simeq 0{,}95$, avec $\mu = 50$ et $\sigma = 1{,}3$.
   On calcule : $\mu - 2\sigma = 47{,}4$ et $\mu + 2\sigma = 52{,}6$.
   Ainsi, l'intervalle $[47{,}4; 52{,}6]$, de centre 50, contient la taille d'environ 95% des bébés.
2. On sait que $\mathbb{P}(\mu - 2\sigma \leqslant Y \leqslant \mu + 2\sigma) \simeq 0{,}95$, avec $\mu = 3{,}3$ et σ inconnue.
   De plus, on nous donne : $\mathbb{P}(2{,}4 \leqslant Y \leqslant 4{,}2) \simeq 0{,}95$. On cherche alors à résoudre :

$$\begin{cases} 2{,}4 & = \mu - 2\sigma = 3{,}3 - 2\sigma \\ 4{,}2 & = \mu + 2\sigma = 3{,}3 + 2\sigma \end{cases}$$

   Dans les deux équations on trouve la même valeur de σ (par chance !) : $\sigma = 0{,}45$.