

**DEVOIR DE TYPE BAC**  
**Mercredi 22 janvier 2014**

**MATHÉMATIQUES**

**Série STMG**

**Durée de l'épreuve : 3 heures**

**Coefficient 3**

**Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,  
conformément à la réglementation en vigueur.**

**Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.  
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte  
pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer sur la copie.  
Le sujet comporte une annexe à rendre avec la copie.**

**Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.**

### Exercice 1 (5 points)

Paul a fait un héritage de 150 000 € au début de l'année 2013.

- On lui propose de placer cette somme sur un compte qui rapporte 4% par an.  
On note  $u_n$  la somme en euros disponible sur ce compte l'année (2013 +  $n$ ). On a donc  $u_0 = 150\,000$ .
  - Montrer que  $u_1 = 156\,000$ .
  - Quelle est la nature de la suite ( $u_n$ ) ? En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - Déterminer l'année à partir de laquelle Paul disposera d'au moins 250 000 €.
- Pour augmenter plus rapidement son capital, Paul décide d'économiser chaque année 8 000 €, qu'il place en fin d'année sur son compte rémunéré à 4%.  
Au début de l'année 2014, Paul possèdera donc la somme de :  
 $150\,000 \times 1,04 + 8\,000 = 164\,000$  (en euros).

- Montrer que la somme que Paul possède en début d'année 2015 est de 178 560 €.

On note  $v_n$  la somme que Paul possède au début de l'année (2013 +  $n$ ).

Voici une feuille de calcul qui permet de calculer la somme en euros possédée par Paul à la fin de chaque année :

	A	B	C	D
1	Somme sur le compte en début d'année	Intérêt (4% de la somme sur le compte en début d'année)	Argent économisé pendant l'année	Somme totale sur le compte en fin d'année
2	150 000	6 000	8 000	164 000
3	164 000			
4				
5				

- Quelle formule doit-on entrer dans la cellule B3 pour calculer les intérêts de l'année ?
- Quelles formules doit-on entrer dans les cellules C3 et D3 par recopie vers le bas pour obtenir la somme dont dispose Paul à la fin de chaque année ?
- Déterminer l'année à partir de laquelle Paul pourra disposer de la somme de 250 000 €.

### Exercice 2 (5 points)

72 élèves de terminale STMG suivent les spécialités suivantes : CFE et CGRH.

La répartition dans ce groupe de 72 élèves est la suivante :

- Il y a 21 garçons. Parmi eux, 13 suivent la spécialité CFE.
- Parmi les filles, 20 suivent la spécialité CGRH.

- Recopier et compléter le tableau à l'aide des renseignements fournis ci-dessus.

	Spécialité CFE	Spécialité CGRH	Total
Filles		20	
Garçons	13		21
Total			72

Dans la suite de l'exercice les résultats seront donnés sous forme de fractions.

On choisit au hasard un élève et on considère les événements suivants :

$F$  : « l'élève est une fille » ;

$A$  : « l'élève est en spécialité CGRH » ;

$B$  : « l'élève est en spécialité CFE ».

- Calculer  $\mathbb{P}(B)$ ,  $\mathbb{P}(\overline{F})$  et  $\mathbb{P}_A(F)$ .

3. (a) Définir à l'aide d'une phrase l'événement  $F \cap A$  et montrer que  $\mathbb{P}(F \cap A) = \frac{5}{18}$ .  
 (b) Est-ce que  $\mathbb{P}(F \cap A) = \mathbb{P}(F) \times \mathbb{P}(A)$ ? Justifier.
4. On choisit une fille dans le groupe d'élèves.  
 Quelle est la probabilité qu'elle suive la spécialité CGRH ?

### Exercice 3 (5 points)

Le tableau ci-dessous indique la production mondiale de voitures particulières de marque française entre 2005 et 2011.

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang ( $x_i$ )	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de voitures particulières produites (en milliers)	5 178	5 047	5 301	4 901	4 807	5 610	5 605

Source : comité des constructeurs français d'automobiles (CCFA)

1. Entre 2004 et 2005, la production a augmenté de 0,19%.  
 Déterminer le nombre de voitures particulières produites en 2004, au millier près.
2. On choisit l'indice de référence 100 pour la production de l'année 2005.
- (a) Reproduire et compléter le tableau des indices suivant (arrondir à  $10^{-2}$  près) :

Rang ( $x_i$ )	0	1	2	3	4	5	6
Indice base 100 en 2005 de la production ( $y_i$ )	100				92,84	108,34	

- (b) En déduire le taux d'évolution, en pourcentage, de la production de 2005 à 2011.
3. Compléter le graphique donné en annexe avec le nuage de points de coordonnées  $(x_i; y_i)$ .
4. Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$ .
5. Un ajustement affine semble-t-il justifié ? Expliquer.

### Exercice 4 (6 points)

Une entreprise fabrique et vend une quantité  $x$  d'objets. La capacité maximale de production de l'entreprise est de 21 objets. Chaque objet est vendu 200 euros. Le coût total de fabrication de  $x$  objets, exprimé en euros, est donné par :

$$C(x) = 2x^3 - 54x^2 + 470x + 80$$

1. Pour 12 objets fabriqués et vendus, calculer le coût de fabrication, la recette et le bénéfice.
2.  $R(x)$  et  $B(x)$  désignent la recette et le bénéfice pour  $x$  objets vendus.
- (a) Exprimer  $R(x)$  en fonction de  $x$ .
- (b) Montrer que le bénéfice pour  $x$  objets vendus est :  $B(x) = -2x^3 + 54x^2 - 270x - 80$ .
3. On considère la fonction  $B$  définie sur  $[0; 21]$  par  $B(x) = -2x^3 + 54x^2 - 270x - 80$ .
- (a) Soit  $B'$  la fonction dérivée de  $B$ . Calculer  $B'(x)$  et vérifier que  $B'(x) = -6(x - 3)(x - 15)$ .
- (b) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de  $B$  en  $x = 7$ .
- (c) À l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de  $B'(x)$  sur  $[0; 21]$ .
- (d) On admet que le maximum de la fonction  $B$  est atteint en  $x = 15$ . En déduire pour quel nombre d'objets fabriqués et vendus le bénéfice est maximal, et donner ce bénéfice maximal.

**ANNEXE**  
(à rendre avec la copie)

**Exercice 3 : Nuage de points**

