DEVOIR DE TYPE BAC
Jeudi 27 février 2014

MATHÉMATIQUES

Série STMG

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient 3

**Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.**

**Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer sur la copie.
Le sujet comporte une annexe à rendre avec la copie.**

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

Exercice 1 (5 points) Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, trois réponses sont proposées, **une seule réponse est correcte**. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 *point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.*
Un site internet propose la vente de livres. On choisit au hasard un client de ce site qui y a acheté un livre.
On note :
A l'événement « le client a acheté un roman policier »,
B l'événement « le client a acheté un ouvrage d'un auteur français ».
On suppose que $\mathbb{P}(A) = \dfrac{3}{4}$ et $\mathbb{P}(A \cap B) = \dfrac{1}{12}$.

1. $\mathbb{P}\left(\overline{A}\right)$ est égal à :
   - $\dfrac{1}{4}$
   - $\dfrac{1}{5}$
   - $\dfrac{4}{3}$
2. $\mathbb{P}_A(B)$ est égal à :
   - $\dfrac{4}{9}$
   - $\dfrac{1}{9}$
   - $\dfrac{11}{12}$
3. L'événement « Le client n'a acheté ni roman policier ni ouvrage d'un auteur français » est représenté par :
   - $\overline{A} \cap \overline{B}$
   - $\overline{A} \cup \overline{B}$
   - $\overline{A \cap B}$
4. On admet que $p(A \cup B) = \dfrac{15}{16}$. Dans ce cas, $\mathbb{P}(B)$ est égal à :
   - $\dfrac{13}{48}$
   - $\dfrac{11}{48}$
   - $\dfrac{4}{28}$

Exercice 2 (5 points)
Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.
On s'intéresse à l'évolution de la fréquentation des camping 4 étoiles ou plus en France métropolitaine.

PARTIE A

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Fréquentation en milliers de nuitées y_i	25 156	26 470	28 295	28 897	30 063	31 212	32 014

Sources : INSEE : Direction générale de la compétitivité, de l'industrie et des services (DGCIS)

Le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ pour i variant de 0 à 6 est représenté en annexe.

1. Déterminer les coordonnées du point moyen G. L'ordonnée sera arrondie à l'unité.
2. Un ajustement affine semble-t-il justifié ? Expliquer.
3. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au dixième).
4. On décide d'ajuster le nuage avec la droite D d'équation $y = 1\,150x + 25\,500$.
   (a) Tracer la droite D sur le graphique de l'annexe.
   (b) Déterminer graphiquement le nombre de nuitées prévu par ce modèle d'ajustement en 2014. Faire apparaître les tracés utiles.
   (c) Retrouver par le calcul le résultat précédent.

PARTIE B

On construit le tableau ci-dessous des indices de la fréquentation des campings 4 étoiles ou plus, en prenant comme indice de référence 100 en 2004.

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Fréquentation en milliers de nuitées y_i	25 156	26 470	28 295	28 897	30 063	31 212	32 014
Indice	100	105,22	112,48		119,51	124,07	

1. Calculer l'indice, arrondi au centième, correspondant à l'année 2007.
2. Calculer le taux d'évolution global de la fréquentation entre 2004 et 2010.
   On donnera le résultat en pourcentage à 0,01 près.

Exercice 3 (5 points)

Une entreprise fabrique des tables de jardin. La production est comprise entre 0 et 30 tables par jour.
Toutes les tables fabriquées sont supposées vendues.

PARTIE A

On considère la fonction C définie sur l'intervalle $[1; 30]$ par : $C(x) = x^2 + 50x + 100$.
Le coût de production, exprimé en euros, de x tables fabriquées est égal à $C(x)$.

1. Quel est le coût de production, en euros, de 10 tables ?
2. Calculer le coût unitaire, en euros, pour 10 tables produites.

PARTIE B

À chaque quantité x de tables produites, on associe le coût unitaire, $\dfrac{C(c)}{x}$, exprimé en euros.

On modélise ce coût par la fonction f, définie sur l'intervalle $[1; 30]$ par $f(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.
On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1; 30]$ et on note f' sa fonction dérivée.
La courbe représentative de f est donnée dans le repère fourni en annexe.

1. Déterminer graphiquement une valeur approchée de $f(5)$ et de $f(25)$.
2. D'après le graphique, pour quelles quantités de tables produites le coût unitaire, en euros, est-il inférieur ou égal à 80 ?

PARTIE C

1. Démontrer que $f(x) = x + 50 + \dfrac{100}{x}$ pour tout réel de l'intervalle $[1; 30]$.
2. Démontrer que, pour tout réel de l'intervalle $[1; 30]$, $f'(x) = \dfrac{(x-10)(x+10)}{x^2}$.
3. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1; 30]$.
4. On admet que f est décroissante sur $[1; 10]$ puis croissante sur $[10; 30]$.
   Préciser alors la quantité de tables à fabriquer par jour pour que le coût unitaire soit minimal.
   Quel est ce coût minimal ?

Exercice 4 (5 points)

Un grand groupe industriel fait le bilan de sa quantité de rejets polluants. En 2001, sa quantité de rejets était de 49 000 tonnes. Elle est passée à 68 000 tonnes en 2004. Des normes antipollution ont été mises en place à partir de 2001. Le groupe, pour être aux normes, ne doit pas dépasser 42 000 tonnes de rejet par an.

PARTIE A

Chaque année, si ses rejets dépassent la quantité autorisée, le groupe doit payer une amende. Tant que le groupe ne prend pas de mesures pour faire baisser sa quantité de rejets, l'amende à payer augmente de 6 000€ tous les ans. En 2001, le groupe a payé une amende de 83 000€.

Dans toute cette partie, on fait l'hypothèse que le groupe ne prend aucune mesure pour diminuer sa quantité de rejets.

On appelle C_1 l'amende payée en 2001 et C_n l'amende payée l'année $2000 + n$.

On a alors $C_1 = 83\ 000$.

1. Calculer la valeur de l'amende payée par le groupe en 2002 et en 2003.
2. Quelle est la nature de la suite $(C_n)_{n\geqslant 1}$? Justifier la réponse.
3. Calculer l'amende que le groupe devra payer en 2015.

PARTIE B

Au vu des résultats précédents, le groupe a décidé, en 2004, de mettre en place un dispositif lui permettant de se mettre aux normes progressivement, l'objectif étant de ramener sa quantité de rejets à une valeur inférieure ou égale à 42 000 tonnes en 2014.

Le groupe s'est engagé à réduire chaque année sa quantité de rejets de 4% à partir de 2004.

On appelle Q_n la quantité de rejets prévue pour l'année $2004 + n$. Ainsi, $Q_0 = 68\ 000$.

1. Quelle est la nature de la suite Q_n ? Justifier la réponse.
2. Si le groupe a rejeté 66 000 tonnes en 2005, a-t-il respecté son engagement ?
3. On considère l'algorithme suivant :

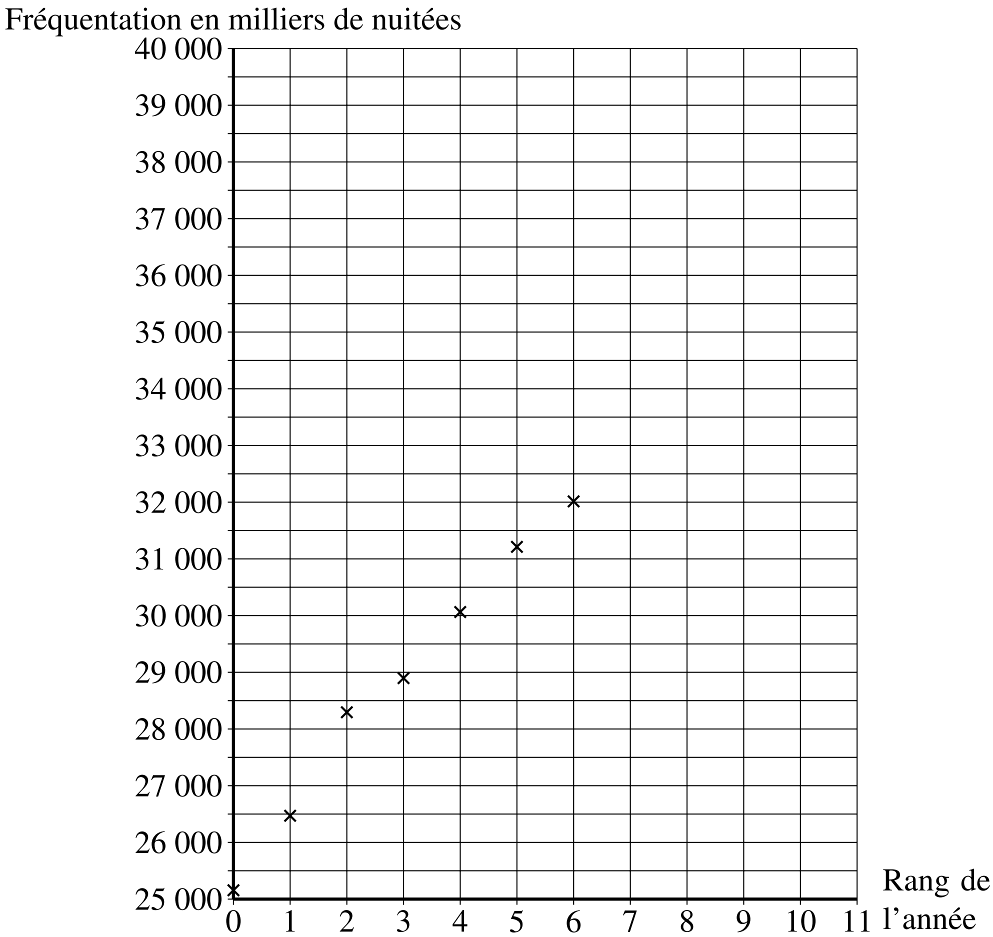
```
Variables :
    Q, i, A
Traitement :
    i prend la valeur 0
    Q prend la valeur 68 000
    Tant que Q >________ Faire
      | Q prend la valeur Q×________
      | i prend la valeur i + 1
    FinTant
    Afficher i
```

   (a) Recopier sur la copie puis compléter la boucle « Tant que » afin que l'algorithme permette de déterminer le rang de l'année à partir duquel l'entreprise sera aux normes si elle respecte ses engagements.

   (b) En quelle année l'entreprise sera-t-elle aux normes ? Pourra-t-elle remplir son objectif ? Détailler la méthode utilisée pour pouvoir répondre.

ANNEXE
(à rendre avec la copie)

Exercice 2



Exercice 3