Chapitre :
Taux

I. Taux d'évolution

⊛ **Activité :** 1p10 (une erreur d'énoncé question 3. : 1er janvier 2012)

Rappel Le taux d'évolution permettant de passer d'une valeur V_i à une valeur V_f est :

$$t = \frac{V_f - V_i}{V_i}$$

On a alors

$$V_f = (1+t)V_i$$

Si l'on veut le taux d'évolution en pourcentage, il faut multiplier t par 100.

Propriété Faire évoluer une quantité d'un taux t revient à multiplier par $1+t$.
Le nombre $1+t$ est alors appelé coefficient multiplicateur.

Remarque En pratique :

- pour une augmentation de $p\%$, on multiplie par $1 + \frac{p}{100}$.
- pour une diminution de $p\%$, on multiplie par $1 - \frac{p}{100}$.

▶ **Exercices :** 1,2,5p18 puis 49p20 (pourcentages)

▶ **Exercices :** 6,7,10p18 (taux d'évolution)

II. Indices

Lorsque l'on considère des évolutions successives, il peut être pratique de les représenter en utilisant une date de référence pour laquelle on considère une valeur de référence, l'indice 100. Pour les autres dates, on donne alors un indice calculé proportionnellement à cet indice.
Un indice traduit une évolution par rapport à la quantité de référence. Cela permet de lire le taux d'évolution depuis la date de référence.
La formule donnant l'indice à une date donnée est la suivante :

$$\text{Indice à la date } k = \frac{\text{Valeur à la date } k}{\text{Valeur à la date de référence}} \times 100$$

Si la date de référence est n, on dit que les indices sont les indice en base 100 à la date n.

Exemple Activité 2p10 (calcul des indices)

- **Exercices :** 17,18,21,22,23p18
- **Exercices :** 65,66p21, 68,70p22

III. Taux moyen

1. Deux évolutions successives

Rappel Soit t un taux d'évolution. On appelle coefficient multiplicateur le nombre $1+t$.

Propriété Pour deux évolutions successives de taux t_1 et t_2, le taux global t est tel que :

$$1+t=(1+t_1)(1+t_2) \qquad \text{soit} \qquad t=(1+t_1)(1+t_2)-1$$

Exemple Le prix du carburant subit une hausse de 2,5% puis une baisse de 0,4%. Le taux de variation global est alors :

$$t_g=(1+0{,}025)(1-0{,}004)-1=0{,}0209$$

soit 2,09%

▶ **Exercices :** 24,25,29p19

On peut chercher également le **taux moyen** sur deux évolutions successives. Il s'agit du taux qui, répété deux fois, donnerait la même évolution globale.

Propriété Pour deux évolutions successives de taux t_1 et t_2, le taux moyen t est tel que :

$$(1+t)^2=(1+t_1)(1+t_2) \qquad \text{soit} \qquad t=\sqrt{(1+t_1)(1+t_2)}-1$$

Exemple Dans le cas précédent, le taux moyen est :

$$t_m=\sqrt{(1+0{,}025)(1-0{,}004)}-1\simeq 0{,}010396$$

soit environ 1,04%

Propriété Soit T un taux global d'évolution sur deux périodes. Alors le taux moyen d'évolution t sur une période est donné par :

$$(1+t)^2=1+T \qquad \text{soit} \qquad t=\sqrt{1+T}-1$$

▶ **Exercices :** 41,42,44p19

▶ **Exercice :** 88p24

2. Plusieurs évolutions successives

Propriété **(taux global pour n variations)** Le taux global d'évolution correspondant à n évolutions successives de taux respectifs t_1, t_2, ..., t_n est le réel T tel que

$$1+T=(1+t_1)\times(1+t_2)\times\cdots\times(1+t_n)$$

▶ **Exercice :** 75,77p22

<u>Définition</u> (racine n-ième) Soit n un nombre entier supérieur ou égal à 2. Soit a un nombre réel positif. On appelle racine n-ième de a le nombre x tel que $x^n = a$. On note ce nombre $x = a^{\frac{1}{n}}$.

Avec la calculatrice, on utilise la fonction exposant (sans oublier les parenthèses). Voir page 14 (première question de l'activité 3).

Propriété **(taux moyen pour n variations)** Le taux moyen d'évolution correspondant à n évolutions successives de taux respectifs t_1, t_2, …, t_n est le réel t tel que

$$(1+t)^n = (1+t_1) \times (1+t_2) \times \cdots \times (1+t_n)$$

Soit

$$1+t = ((1+t_1) \times (1+t_2) \times \cdots \times (1+t_n))^{\frac{1}{n}}$$

<u>Exemple</u> On considère trois évolutions successives : +5,2%, +3,2% et +3,2%.
Le taux global est $T = 1{,}052 \times 1{,}032 \times 1{,}032 - 1 \simeq 0{,}127$, soit 12,7%.
Le taux moyen est $t = (1{,}052 \times 1{,}032 \times 1{,}032)^{\frac{1}{3}} - 1 \simeq 0{,}041$, soit 4,1%.

Propriété Soit T un taux global d'évolution sur n périodes. Alors le taux moyen d'évolution t sur une période est donné par :

$$(1+t)^n = 1+T \qquad \text{soit} \qquad t = (1+T)^{\frac{1}{n}} - 1$$

▶ **Exercices :** 89,90,91p24 (+ autres ?)