# Chapitre : Probabilités

∽

# I. Probabilités conditionnelles

⊛ **Activité :** QCM 1 à 6 page 148

⊛ **Activité :** 1p150

**Définition** Soit $A$ et $B$ deux événements. On suppose que $\mathbb{P}(A) \neq 0$. La probabilité conditionnelle de $B$ sachant $A$ est le nombre :

$$\mathbb{P}_A(B) = \frac{\mathbb{P}(B \cap A)}{\mathbb{P}(A)}$$

**Propriété** La probabilité conditionnelle est une probabilité. En particulier elle vérifie les propriétés suivantes :

$$0 \leqslant \mathbb{P}_A(B) \leqslant 1 \qquad \text{et} \qquad \mathbb{P}_A(B) + \mathbb{P}_A(\overline{B}) = 1$$

**Propriété** Dans le cas d'une situation d'équiprobabilité, on a :

$$\mathbb{P}_A(B) = \frac{\text{nombre d'éléments de } A \cap B}{\text{nombre d'éléments de } A}$$

**Remarque** En échangeant les rôles des événements $A$ et $B$, en supposant que $\mathbb{P}(B) \neq 0$, on a :

$$\mathbb{P}_B(A) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

Par conséquent :

**Propriété** La probabilité $\mathbb{P}(A \cap B)$ peut se calculer de deux manières différentes :

- Si $\mathbb{P}(A) \neq 0$, $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(B)$ ;
- Si $\mathbb{P}(B) \neq 0$, $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(A)$ ;

▶ **Exercices :** 1,3p158 (interprétation) ; conseiller le 18p160

▶ **Exercices :** 4,5,6,7p158 ; 23,24p160 et 28,29,30p161 (calculs)

**Méthode** Utilisation de tableaux à double entrée (probabilités ou effectifs) : Voir page 151.

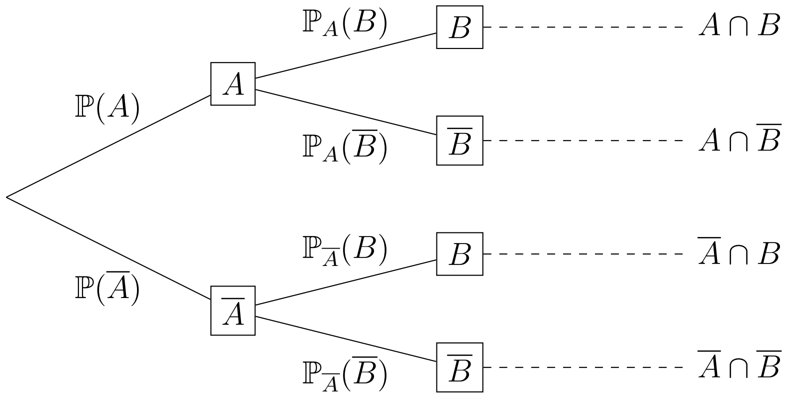
▶ **Exercices :** 10,12p159 ; 43p162, 46p163

▶ **Exercice :** 48p164 (tableur)

# II. Arbres pondérés

⊛ **Activité :** 3p154

Voici comment un arbre de probabilités est pondéré avec les probabilités conditionnelles :




$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(B)$$

$$\mathbb{P}(A \cap \overline{B}) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(\overline{B})$$

$$\mathbb{P}(\overline{A} \cap B) = \mathbb{P}(\overline{A}) \times \mathbb{P}_{\overline{A}}(B)$$

$$\mathbb{P}(\overline{A} \cap \overline{B}) = \mathbb{P}(\overline{A}) \times \mathbb{P}_{\overline{A}}(\overline{B})$$

**<u>Méthode</u>**

— La somme des branches issues d'un même nœud vaut toujours 1 ;

— On effectue le produit le long des branches ;

— Si un événement correspond à plusieurs branches, alors on ajoute les probabilités des branches.

▶ **Exercices :** 14,16p159

▶ **Exercices :** 52,53p164

**Propriété** **(Formules des probabilités totales)**

Soit $A$ un événement de probabilité non nulle. Alors :

$$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(\overline{A} \cap B) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(B) + \mathbb{P}(\overline{A}) \times \mathbb{P}_{\overline{A}}(B)$$

On suppose que l'univers probabiliste est la réunion des événements $A_1$, $A_2$, $\ldots$, $A_n$ deux à deux incompatibles et de probabilité non nulle. Pour tout événement $B$ on a alors :

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{P}(B) & = & \mathbb{P}(A_1 \cap B) + \mathbb{P}(A_2 \cap B) + \mathbb{P}(A_3 \cap B) \\ & = & \mathbb{P}(A_1) \times \mathbb{P}_{A_1}(B) + \mathbb{P}(A_2) \times \mathbb{P}_{A_2}(B) + \mathbb{P}(A_3) \times \mathbb{P}_{A_3}(B) \end{array}$$

▶ **Exercices :** 54p164 et 56p165

★ **Approfondissement :** 67p169 (algorithmique)