LYCÉE ALFRED KASTLER **TS**
2013–2014

Devoir maison n°01 – mathématiques
Correction

Exercice 1

1. (a) $u_4 = \dfrac{(-1)^4}{4} = \dfrac{1}{4}$.

   (b) On calcule simplement $u_1 = -1$ et $u_2 = \frac{1}{2}$. On observe que $u_1 < u_2$ mais que $u_2 > u_4$. La suite u n'est donc ni croissante, ni décroissante.

2. (a) On remplace n par $n+1$ dans l'expression :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= -3(n+1)^2 - (n+1) + 1 \\ &= -3(n^2+2n+1) - n - 1 + 1 \\ &= -3n^2 - 6n - 3 - n \\ &= -3n^2 - 7n - 3 \end{aligned}$$

   (b) Une méthode consiste à exprimer :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= -3n^2 - 7n - 3 - (-3n^2 - n + 1) \\ &= -3n^2 - 7n - 3 + 3n^2 + n - 1 \\ &= -6n - 4 \end{aligned}$$

   Or, quelque soit $n \geqslant 0$, on a $-6n \leqslant 0$ puis $-6n - 4 < 0$. Donc $u_{n+1} - u_n < 0$, ce qui prouve que u est décroissante.

Exercice 2

1. • Une suite u est géométrique si, pour tout entier n, $u_{n+1} = q \times u_n$ avec q constante.
   Rappel : on note la raison 'q' car c'est un **q**uotient : $q = \dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

   • Une suite u est géométrique de premier terme u_0 si, pour tout entier n,
   $u_n = u_0 \times q^n$ avec q constante.

2. • Une méthode consiste à réécrire u_n :

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{2 \times 3^n}{7^{n-1}} \\ &= \frac{2 \times 3^n}{7^n \times 7^{-1}} \\ &= \frac{2}{7^{-1}} \times \frac{3^n}{7^n} \\ &= 2 \times 7 \times \left(\frac{3}{7}\right)^n \\ &= 14 \times \left(\frac{3}{7}\right)^n \end{aligned}$$

   Ainsi, u est géométrique de raison $\dfrac{3}{7}$ et de premier terme $u_0 = 14$.

- On calcule : $u_1 = 1$, $u_2 = \cdots = 2$ et $u_3 = \cdots = \dfrac{3}{2}$. Par suite, $\dfrac{u_2}{u_1} = 2$ mais $\dfrac{u_3}{u_2} = \cdots = \dfrac{3}{4} \neq 2$.
  Donc u n'est pas géométrique.
- Puisque $u_{n+1} = -u_n = (-1) \times u_n$, u est géométrique de raison -1 par définition.

3.
- Une suite u est arithmétique si, pour tout entier n, $u_{n+1} = u_n + r$ avec r constante.
- Une suite u est arithmétique de premier terme u_0 si, pour tout entier n,
  $u_n = u_0 + r \times n$ avec r constante.

4.
- On calcule : $u_0 = \cdots = 3$, $u_1 = \cdots = 4$ et $u_2 = \cdots = 7$. Or, $u_1 - u_0 = 1$ et $u_2 - u_1 = 3 \neq 1$.
  Donc u n'est pas arithmétique.
- On calcule $u_0 = 3$, $u_1 = \cdots = 3$ et $u_2 = \cdots = 4$. Or, $u_1 - u_0 = 0$ et $u_2 - u_1 = 1 \neq 0$.
  Donc u n'est pas arithmétique.
- Puisque $u_n = \dfrac{3}{4}n - 3$, la suite u est par définition arithmétique de raison $\dfrac{3}{4}$ et de premier terme -3.