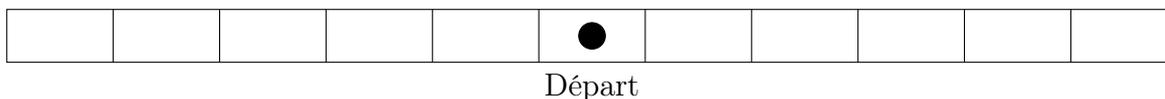


Devoir maison n°05 – mathématiques
Donné le 16/10/2013 – à rendre le 06/11/2013

Exercice 1 Un pion est placé sur la case de départ du plateau ci-dessous :



Le lancer d’une pièce bien équilibrée détermine le déplacement du pion :

- PILE, le pion se déplace vers la droite ;
- FACE, le pion se déplace vers la gauche.

À chaque lancer, on attribue le réel +1 si le résultat est PILE et −1 si le résultat est FACE. Un trajet est une succession de n déplacements, tous indépendants. La variable aléatoire S_n est la somme des nombres +1 ou −1 correspondant aux n lancers d’un trajet. On s’intéresse à l’événement D_n : « le pion est revenu à la case départ après les n déplacements d’un trajet ». On a D_n : « $S_n = 0$ ».

Partie A : Premiers résultats

1. (a) Quelles sont les valeurs possibles de S_1 si le pion effectue un trajet d’un seul déplacement ?
(b) Quelle est alors la valeur de $\mathbb{P}(D_1)$?
2. (a) Déterminer la loi de probabilité de S_2 pour un trajet de deux déplacements.
On pourra s’aider d’un arbre de probabilité.
(b) Quelle est alors la probabilité de D_2 ?
3. L’algorithme ci-contre permet de réaliser la simulation **d’un** trajet de n déplacements, la valeur de n pouvant être choisie par l’utilisateur.
(a) Modifier l’algorithme de façon à obtenir une simulation d’un nombre T de trajets du pion, T étant donné par l’utilisateur, et à calculer la fréquence de l’événement D_n .
(b) Qu’obtient-on dans le cas où l’on donne $N = 3$ ou $N = 5$?
(c) Peut-on généraliser l’observation de la question précédente ? Expliquer.

Variables
 N , nombre de déplacements du pion
 S , somme des déplacements du trajet
 A, I , nombres entiers

Entrée
 Saisir N

Traitement
 S prend la valeur 0
 Pour I allant de 1 à N Faire
 A prend la valeur $alea_ent(0,1)$
 Si $A = 1$ Alors
 S prend la valeur $S + 1$
 Sinon
 S prend la valeur $S - 1$
 FinSi
 FinPour

Sortie
 Afficher S

$alea_ent(0,1)$ est un nombre entier aléatoire entre 0 et 1. Traduction :
 TI : $randInt(0,1)$ **ou** $int(2 \times rand)$ (touche MATH).
 Casio : $RanInt\#(0,1)$ **ou** $Int(2 \times Ran\#)$ (touche OPTN, puis NUM et PROB)
 AlgoBox :
 ALGOBOX_ALEA_ENT(0,1) (ver. ≥ 0.6)

Partie B : Retour à la case départ

1. Le pion effectue un trajet de 2 déplacements.
Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre T	100	500	1 000	5 000
Fréquence de D_2				

2. Comparer les fréquences obtenues avec la probabilité de D_2 donnée précédemment.
3. En simulant des trajets de 10 puis 100 déplacements au moins, comment semble évoluer $\mathbb{P}(D_n)$ lorsque n augmente en restant pair ?