

Devoir maison n°09 – mathématiques
Donné le 10/12/2013 – à rendre le 17/12/2013

Exercice 1 On considère la fonction f définie sur $] -\infty; 6[$ par : $f(x) = \frac{9}{6-x}$.
On définit pour tout entier naturel n la suite U par $U_0 = -3$ et $U_{n+1} = f(U_n)$.

1. (a) Démontrer que si $x < 3$, alors $f(x) < 3$.
(b) En déduire alors que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n < 3$.
(c) Démontrer que la suite U est croissante.
(d) Que peut-on déduire des deux résultats précédents ?
2. On considère la suite V définie pour tout entier naturel n par $V_n = \frac{1}{U_n - 3}$.
(a) Démontrer que la suite V est arithmétique de raison $-\frac{1}{3}$.
(b) Déterminer alors V_n puis U_n en fonction de n .
(c) Calculer la limite de la suite U .

Devoir maison n°09 – mathématiques
Donné le 10/12/2013 – à rendre le 17/12/2013

Exercice 1 On considère la fonction f définie sur $] -\infty; 6[$ par : $f(x) = \frac{9}{6-x}$.
On définit pour tout entier naturel n la suite U par $U_0 = -3$ et $U_{n+1} = f(U_n)$.

1. (a) Démontrer que si $x < 3$, alors $f(x) < 3$.
(b) En déduire alors que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n < 3$.
(c) Démontrer que la suite U est croissante.
(d) Que peut-on déduire des deux résultats précédents ?
2. On considère la suite V définie pour tout entier naturel n par $V_n = \frac{1}{U_n - 3}$.
(a) Démontrer que la suite V est arithmétique de raison $-\frac{1}{3}$.
(b) Déterminer alors V_n puis U_n en fonction de n .
(c) Calculer la limite de la suite U .