

Devoir maison n°11 – mathématiques
Donné le 21/01/2014 – à rendre le 28/01/2014

Exercice 1 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x + 2)e^{-x}$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal.

1. Étude de la fonction f .

- (a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ avec les axes du repère.
- (b) Étudier les limites de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$.
En déduire les éventuelles asymptotes de la courbe $\mathcal{C}$.
- (c) Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.

2. Calcul d'une valeur approchée de l'aire sous une courbe.

On note $\mathcal{D}$ le domaine compris entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{C}$ et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$. On approche l'aire du domaine $\mathcal{D}$ en calculant une somme d'aires de rectangles.

(a) Donner une expression de $\mathcal{D}$ en fonction de la fonction f .

(b) Dans cette question, on découpe l'intervalle $[0 ; 1]$ en quatre intervalles de même longueur, à savoir $[0 ; \frac{1}{4}]$, $[\frac{1}{4} ; \frac{1}{2}]$, $[\frac{1}{2} ; \frac{3}{4}]$ et $[\frac{3}{4} ; 1]$. Chacun de ces intervalles est le côté d'un rectangle de hauteur le maximum de f sur l'intervalle. L'algorithme ci-contre permet d'obtenir une valeur approchée de l'aire du domaine $\mathcal{D}$ en ajoutant les aires des quatre rectangles obtenus.

Donner une valeur approchée à 10^{-3} près du résultat affiché par cet algorithme.

Variables :

k est un nombre entier

S est un nombre réel

Entrée :

S prend la valeur 0

Traitement :

Pour k allant de 0 à 3 Faire

S prend la valeur $S + \frac{1}{4}f\left(\frac{k}{4}\right)$

FinPour

Sortie :

Afficher S

(c) Dans cette question, N est un nombre entier strictement supérieur à 1. On découpe l'intervalle $[0 ; 1]$ en N intervalles de même longueur. Sur chacun de ces intervalles, on construit un rectangle en procédant de la même manière qu'à la question 2.a.

Modifier l'algorithme précédent afin qu'il affiche en sortie la somme des aires des N rectangles ainsi construits.

Exercice 2

- 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2X^2 - 5X - 6 = 0$.
- 2. En déduire les solutions de l'équation $2(\ln(x))^2 - 5\ln(x) - 6 = 0$.
- 3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $2x^2 - 5x + 6 = 0$.