

Devoir maison n°16 – mathématiques
Correction**Exercice 1**

On pose X la variable aléatoire qui suit la loi normale de paramètres $\mu = 1,03$ et $\sigma = 0,302$.

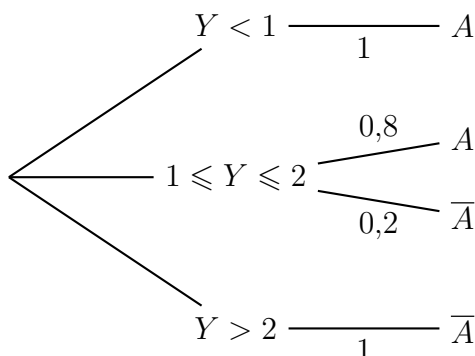
- À l'aide de la calculatrice on obtient : $\mathbb{P}(0,8 \leq X \leq 1,26) \simeq 0,5537$.
- La probabilité de souffrir d'une hyperglycémie est (par symétrie de la courbe représentative de la fonction de densité par rapport à la droite d'équation $x = \mu$) :
 $\mathbb{P}(X > 1,26) = 0,5 - \mathbb{P}(1,03 \leq X \leq 1,26) \simeq 0,5 - 0,2768 \simeq 0,2232$.
- On considère l'épreuve de Bernoulli qui consiste à faire un test de glycémie. Le succès est « obtenir un taux supérieur à 1,26 » ; la probabilité du succès est donc $p = 0,2232$.
 On répète cette épreuve de manière indépendante deux fois, et on compte le nombre Y de succès. La variable aléatoire Y suit alors la loi binomiale de paramètres $n = 2$ et $p = 0,2232$.
 On a alors $\mathbb{P}(\text{« la personne est atteinte du diabète »}) = \mathbb{P}(Y = 2) \simeq 0,0498$.

Exercice 2

Soit Y la variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 1,5$.

Soit A l'événement : « le cylindre est accepté ».

- (a) On peut représenter le problème à l'aide de l'arbre suivant :



On doit calculer :

- $\mathbb{P}(Y < 1) = 1 - e^{-1,5 \times 1} \simeq 0,77687$;
- $\mathbb{P}(1 \leq Y \leq 2) = e^{-1,5 \times 1} - e^{-1,5 \times 2} \simeq 0,17334$.

Par suite,

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= \mathbb{P}(Y < 1) \times \mathbb{P}_{Y < 1}(A) + \mathbb{P}(1 \leq Y \leq 2) \times \mathbb{P}_{1 \leq Y \leq 2}(A) \\ &\simeq 0,77687 \times 1 + 0,17334 \times 0,8 \\ &\simeq 0,915542 \simeq 0,915 \quad (\text{par troncature à } 10^{-3} \text{ près}) \end{aligned}$$

- (b) On doit calculer :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_A(1 \leq Y \leq 2) &= \frac{\mathbb{P}((1 \leq Y \leq 2) \cap A)}{\mathbb{P}(A)} \\ &= \frac{\mathbb{P}(1 \leq Y \leq 2) \times \mathbb{P}_{1 \leq Y \leq 2}(A)}{\mathbb{P}(A)} \\ &\simeq \frac{0,17334 \times 0,8}{0,915} \simeq 0,1516 \end{aligned}$$

2. On considère l'épreuve qui consiste à étudier un cylindre. Le succès est l'événement A , et d'après le résultat précédent, la probabilité du succès est $p = 0,915$ (à 10^{-3} près).
D'après l'énoncé, on répète cette expérience 10 fois de manière indépendante. Soit X la variable aléatoire qui représente le nombre de succès. Alors X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,915$.

- (a) On doit calculer $\mathbb{P}(X = 10) \simeq 0,41135$.
(b) On doit calculer $\mathbb{P}(X < 10) = 1 - \mathbb{P}(X = 10) \simeq 0,58865$.