**LYCÉE ALFRED KASTLER** **TS**
**2013–2014**

Devoir surveillé n°02 – mathématiques
17/10/2013

**Exercice 1 (10 points)** On désigne par $x$ un réel appartenant à l'intervalle $[0\,;\,80]$.
Une urne contient 100 petits cubes en bois dont 60 sont bleus ($B$) et les autres rouges ($R$).
Parmi les cubes bleus, 40% ont leurs faces marquées d'un cercle ($C$), 20% ont leurs faces marquées d'un losange ($L$) et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile ($E$).
Parmi les cubes rouges, 20% ont leurs faces marquées d'un cercle, $x$% ont leurs faces marquées d'un losange et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.
On tire au hasard un cube de l'urne.

1. On suppose dans cette question que $x = 50$.
   (a) Faire un arbre de probabilités pondéré représentant la situation.
   (b) Que vaut $\mathbb{P}_R(E)$ ? Exprimer par une phrase ce que représente cette probabilité.
   (c) Calculer la probabilité que soit tiré un cube marqué d'un losange.
   (d) Calculer la probabilité que soit tiré un cube bleu sachant qu'il est marqué d'un losange.
2. On suppose dans cette question que $x$ est inconnue.
   (a) Démontrer que $\mathbb{P}(L) = 0{,}12 + 0{,}004x$.
   (b) Déterminer $x$ pour que les événements $B$ : « tirer un cube bleu » et $L$ : « tirer un cube marqué d'un losange » soient indépendants.

**Exercice 2 (8 points)** Soit $f$ la fonction définie sur $I = [-1; 2]$ par $f(x) = x^3 - x^2 - x - 1$.

1. Déterminer la dérivée $f'$ de $f$ sur $I$.
2. Déterminer les variations de $f$ sur $I$, et les résumer dans un tableau.
3. Démontrer qu'il existe une unique solution $\alpha$ de l'équation $f(x) = 0$ sur $[1; 2]$.
4. Déduire des questions précédentes que $\alpha$ est l'unique solution de l'équation $f(x) = 0$ sur $I$.
5. Donner une valeur approchée de $\alpha$ à $10^{-3}$ près.

**Exercice 3 (2 points)** La fonction $g$ suivante, définie sur $\mathbb{R}$, est-elle continue sur $\mathbb{R}$ ?

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{3x}{2} & \text{si } x \geqslant 2 \\ x^3 - 2x - 0{,}5 & \text{si } x < 2 \end{cases}$$