

Devoir surveillé n°04 – mathématiques
10/12/2013**Exercice 1 (16 points)**

Soit u la suite définie pour tout entier naturel n non nul par
$$\begin{cases} u_1 &= \frac{1}{2} \\ u_{n+1} &= \frac{n+1}{2n} u_n \end{cases}.$$

1. (a) Démontrer (par récurrence) que, pour tout entier naturel n non nul, $u_n > 0$.
 (b) Démontrer que la suite u est décroissante.
 (c) Que peut-on en déduire pour la suite u ?
2. Pour tout entier naturel n non nul, on pose : $v_n = \frac{u_n}{n}$.
 (a) Démontrer que la suite v est géométrique.
 On précisera sa raison et son premier terme v_1 .
 (b) En déduire que, pour tout entier naturel n non nul, $u_n = \frac{n}{2^n}$.
3. On admet que pour tout $n \geq 1$, $n \leq \left(\frac{3}{2}\right)^n$. En déduire la limite de la suite u .
4. On considère l'algorithme suivant :

Variables : U, I, A (A strictement positif)**Traitement :**Saisir A I prend la valeur 1 U prend la valeur 1/2Tant que $U > A$ Faire U prend la valeur _____ I prend la valeur $I + 1$

FinTant

Sortie :Afficher I

- (a) Donner l'expression à écrire à la place de _____ pour que la variable U prenne comme valeurs celles de la suite u .
- (b) Que fait l'algorithme ? La réponse devra être précise, sans paraphraser l'algorithme.

Exercice 2 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $I = [2; 6]$ par $f(x) = -x + 6$.

1. Justifier que f est positive sur I .
2. Faire une représentation graphique de f dans un repère orthonormé.
3. Donner l'interprétation graphique de l'intégrale $J = \int_2^4 f(t)dt$ puis la représenter.
4. Calculer la valeur de J .