

Devoir surveillé n°05 – mathématiques
14/01/2014**Exercice 1 (7 points)**

- Soit Z une variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0; 1)$.
Dans les questions suivantes, les résultats numériques seront donnés arrondis à 10^{-4} près.
 - Calculer les probabilités suivantes, en expliquant la méthode :
 $\mathbb{P}(Z \geq 1)$ et $\mathbb{P}(Z \leq 0,5)$
 - Résoudre les équations suivantes, d'inconnues respectives α et β :
 $\mathbb{P}(Z \geq \alpha) = 0,68$ et $\mathbb{P}(-\beta \leq Z \leq \beta) = 0,99$
- On note X une variable aléatoire qui suit une loi continue d'espérance $m_2 = 0,17$ et d'écart-type inconnu σ_2 . On suppose de plus que $\mathbb{P}(0,16 \leq X \leq 0,18) = 0,99$.

Soit Z la variable aléatoire définie par $Z = \frac{X - m_2}{\sigma_2}$.

On suppose que la variable Z suit la loi normale $\mathcal{N}(0; 1)$.

- Déterminer, en fonction de σ_2 , l'intervalle auquel appartient Z lorsque X appartient à l'intervalle $[0,16 ; 0,18]$.
- En déduire une valeur approchée à 10^{-3} près de σ_2 .
On pourra utiliser pour cela le tableau donné ci-contre, dans lequel la variable aléatoire Z suit la loi normale $\mathcal{N}(0; 1)$.

β	$P(-\beta \leq Z \leq \beta)$
2,483 8	0,987
2,512 1	0,988
2,542 7	0,989
2,575 8	0,990
2,612 1	0,991
2,652 1	0,992

Exercice 2 (4 points)

La variable aléatoire U suit la loi uniforme sur $[3; 12]$.

Les réponses numériques aux questions suivantes seront données sous forme de fractions simplifiées.

- Déterminer la probabilité que U appartienne à l'intervalle $[7; 10]$.
- Si l'on sait que U appartient à l'intervalle $[5; 10]$, quelle est la probabilité d'avoir $U \geq 7$?

Exercice 3 (9 points)

On considère la fonction f définie sur $I =]3; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x + 7}{3 - x}$.

- Déterminer la limite à droite de f en 3, soit $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} f(x)$.
- Déterminer la limite de f quand x tend vers $+\infty$, soit $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - Exprimer $f(x) + 2$ en fonction de x , puis en étudier le signe en fonction de $x \in I$.
 - En déduire la position relative de la courbe représentative de f par rapport à la droite d'équation $y = -2$.
- Calculer la dérivée f' de f .
- Déterminer alors les variations de f sur I , et les résumer dans un tableau en y ajoutant les limites déterminées précédemment.