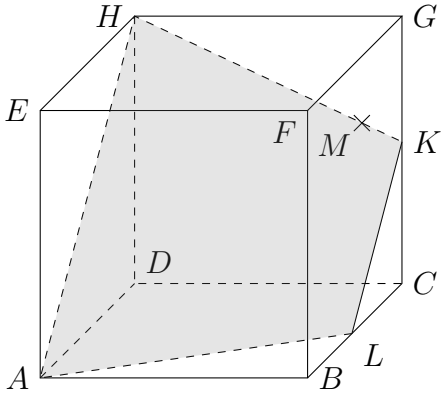
LYCÉE ALFRED KASTLER **2nde**
2013–2014

Devoir surveillé n°05 – mathématiques
Correction

Exercice 1

1. L'intersection du plan (AHM) et de la face $EHDA$ est le segment $[AH]$.
   En effet, A et H appartiennent tous deux à la fois au plan et à la face.
2. Voir la figure.
3. (a) Puisque l'on admet que deux faces opposées d'un cube sont parallèles, on peut affirmer que (AEH) et (BCG) sont parallèles.
   L'intersection entre le plan (AHM) et (AEH) est (AH) comme on l'a vu précédemment.
   Or, si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre, et les droites d'intersection sont parallèles.
   Donc (AHM) coupe (BCG) en une droite parallèle à (AH).
   (b) D'après une question précédente, le point K est l'intersection entre (AHM) et $[CG]$.
   Or $(CG) \subset (BCG)$, donc K appartient à l'intersection de (AHM) et (BCG).
   Autrement dit, la droite cherchée passe par K.
   (c) Voir la figure.
4. Voir la figure.
5. Justifions que K, L et F appartiennent à (BCG).
   On sait que $K \in (CG)$ et $(CG) \subset (BCG)$, donc $K \in (BCG)$.
   On sait que $L \in (BC)$ et $(BC) \subset (BCG)$, donc $L \in (BCG)$.
   La face $BCGF$ est un carré, donc $(BC)//(FG)$, et ces deux droites déterminent un plan.
   Par conséquent $F \in (BCG)$.
   On peut donc conclure que $(BCG) = (KLF)$.
6. Le problème revient donc à déterminer l'intersection entre (AHF) et (KLF).
   Or F est un point commun à ces deux plans, donc l'intersection est une droite passant par F.
   On sait d'après les questions précédentes que $(AH)//(KL)$. Le plan (AHF) contient (AH) et est sécant avec (KLF) qui contient (KL).
   Or, si deux droites sont parallèles et si un plan qui contient l'une est sécant avec un autre plan qui contient l'autre, alors la droite d'intersection des deux plans est une droite parallèle avec les deux droites.
   Par conséquent, (AHF) et (KLF) se coupent en une droite passant par F et parallèle à la fois à (AH) et à (KL).