LYCÉE ALFRED KASTLER **2nde**
2013–2014

Devoir surveillé n°06 – mathématiques
19/03/2014

Exercice 1 (Vecteurs - 8 points)
Dans le repère orthonormé $(O; I; J)$ on considère les points :

$$A(-2;-2), \quad B(4;1), \quad M(2;2) \quad \text{et} \quad N(0;1)$$

1. Placer les points dans un repère orthonormé.
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$.
3. En déduire que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.
4. Soit C un point situé sur l'axe des abscisses.
   (a) Laquelle des coordonnées de C est connnue ? Que vaut-elle ?
   (b) Déterminer par calcul l'autre coordonnée de C de sorte que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CM}$ soient colinéaires.
5. Soit D le point tel que $\overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN}$.
   (a) Justifier que D, M et N sont alignés.
   (b) Déterminer par calcul les coordonnées du point D.

Exercice 2 (Fonctions affines - 8 points)
Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 3$.

1. Représenter la fonction f dans un repère orthonormé.
2. On considère l'inéquation (I) suivante : $f(x) > 0$.
   (a) Résoudre algébriquement l'inéquation (I).
   (b) Donner une interprétation graphique des solutions de l'inéquation (I).
3. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x + 3)^2 - x^2 - 5$.
   (a) Démontrer que g est une fonction affine.
   Pour cela, déterminer les nombres a et b tels que $g(x) = ax + b$.
   (b) Résoudre l'équation $-2x + 3 = 6x + 4$.
   (c) Donner une interprétation graphique de la solution de cette équation.

Exercice 3 (Algorithmique - 4 points)
Soit N un nombre entier positif. On considère le processus suivant :

si N est pair, le diviser par 2 ;
si N est impair, le multiplier par 3 puis lui ajouter 1 ;
Refaire le processus avec le nombre obtenu.

Par exemple, si l'on choisit $N = 5$, on obtient la suite suivante : 5 ; 16 ; 8 ; 4 ; 2 ; 1 ; 4 ; 2 ; 1 ; ...
On obtient le nombre 1 au bout de 5 étapes, puis l'on boucle sur la suite 4; 2; 1. Il existe une conjecture (dite de Syracuse) qui dit que quelque soit l'entier choisi au départ, on finit toujours par trouver 1 au bout d'un certain nombre d'étapes. On décide alors que le processus s'arrête quand on obtient 1.

1. Montrer que le processus s'arrête si l'on choisit le nombre 3.
2. En admettant que « N est pair » est une condition utilisable dans un algorithme, traduire dans un langage algorithmique les deux premières lignes du processus.
3. Quelle instruction algorithmique (précise) se cache dans la troisième ligne du processus ?