Exercice 1 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \dfrac{2x}{x-1}$.

1. Expliquer pourquoi cette fonction est une fonction homographique.
2. Calculer $f(0)$ et $f(0{,}5)$
3. Calculer les images de 2 et 3 par la fonction f.
4. Vérifier que $f(2{,}5) = \dfrac{10}{3}$.

Exercice 2 On considère l'expression : $A = \dfrac{2x+1}{x+3}$.

1. Pour quelles valeurs de x cette expression existe-t-elle ?
2. Montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme : $A = 2 - \dfrac{5}{x+3}$.

Exercice 3 Démontrer les égalités suivantes, pour tout réel $x \neq 2$:

1. $\dfrac{3x+4}{x-2} - 3 = \dfrac{10}{x-2}$
2. $\dfrac{x}{x-2} = 1 + \dfrac{2}{x-2}$

Exercice 4 On considère la fonction f dont l'expression est : $f(x) = \dfrac{5x-2}{x+4}$.

1. Déterminer son ensemble de définition, noté $\mathcal{D}$.
2. Calculer l'image de 2 par la fonction f.
   Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.
3. Démontrer que, pour tout x appartenant à $\mathcal{D}$, $f(x) = 5 - \dfrac{22}{x+4}$.

Exercice 5 Soit la fonction f telle que $f(x) = \dfrac{x-2}{4+x}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de f.
2. Résoudre sur $\mathcal{D}$ l'équation $f(x) = 0$.
3. Soit g la fonction définie sur $\mathcal{D}$ par $g(x) = f(x) - 1$.
   (a) Démontrer que pour tout $x \in \mathcal{D}$, $g(x) = \dfrac{-6}{4+x}$.
   (b) Déterminer le signe de $g(x)$.
   (c) En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 1$.