

Fonctions homographiques



Exercice 1 Lorsque l'on prend un taxi, la prise en charge coûte 2€ puis 1,50€ à chaque km parcouru.

1. Écrire le prix à payer $P(x)$ pour x kilomètres parcourus.
2. Le coût moyen du kilomètre, noté $M(x)$, est le quotient du prix total de la course par le nombre de kilomètres parcourus.
 - (a) Écrire $M(x)$ en fonction de x .
 - (b) Afficher sur la calculatrice une représentation graphique de la fonction M sur $[1; 20]$.
3. Répondre par lecture graphique aux questions suivantes :
 - (a) Peut-on avoir un parcours tel que le prix moyen du kilomètre soit 1,40€ ?
 - (b) Peut-on avoir un parcours tel que le prix moyen du kilomètre soit 1,70€ ?
4. Vérifier algébriquement les réponses données précédemment en résolvant des équations.

Exercice 2 Soit la fonction f telle que $f(x) = \frac{x-2}{4+x}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de f .
2. Résoudre sur $\mathcal{D}$ l'équation $f(x) = 0$.
3. Soit g la fonction définie sur $\mathcal{D}$ par $g(x) = f(x) - 1$.
 - (a) Démontrer que pour tout $x \in \mathcal{D}$, $g(x) = \frac{-6}{4+x}$.
 - (b) Déterminer le signe de $g(x)$.
 - (c) En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 1$.
 - (d) Donner une interprétation graphique des solutions précédentes.

Exercice 3

1. Afficher à l'écran de la calculatrice la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \frac{x+4}{5-x}$ et la droite d'équation $y = 2$.
2. Conjecturer graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq 2$.
3. Démontrer que pour tout réel $x \neq 5$, $f(x) - 2 = \frac{3x-6}{5-x}$.
4. Démontrer la conjecture émise précédemment à l'aide d'un tableau de signes.

Exercice 4 Un commerçant propose à ses clients deux promotions différentes sur la lessive :

- Soit une réduction de $x\%$ sur le prix du kilogramme ;
 - Soit une offre de $y\%$ de produit en plus pour l'achat d'un kilogramme.
1. Exprimer en fonction du prix p (en €) du kilogramme, le prix (du kilogramme aussi) après promotion dans chacun des cas.
 2. (a) Quelle relation doivent vérifier x et y pour que le prix du kilogramme soit le même après chacune des promotions ?
 - (b) Écrire la relation trouvée à la question précédente sous la forme $y = f(x)$, où f est une fonction homographique. Sur quel intervalle la fonction f est-elle définie ?
 - (c) Quel pourcentage de produit en plus revient à faire une réduction du prix de 5% ?
Et pour une réduction de 50% ?