

Second degré



Exercice 1 Soit f et g les fonctions polynomiales du second degré définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + 4x - 8 \quad \text{et} \quad g(x) = -2x^2 + x + 10$$

1. Tracer les courbes représentatives des fonctions f et g sur l'écran de la calculatrice, puis conjecturer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
2. Montrer que, pour tout nombre réel x , on a $f(x) - g(x) = 3(x - 2)(x + 3)$.
3. Déterminer algébriquement l'abscisse de chacun des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
Vérifier les résultats trouvés à la première question.

Exercice 2 Un artisan bijoutier débutant estime que son bénéfice dépend du nombre de pièces x qu'il produit en un mois, selon la fonction B définie pour x positif ou nul par :

$$B(x) = -50x^2 + 1\,000x - 3\,750$$

1. Dresser le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
2. Montrer que $B(x) = -50(x - 5)(x - 15)$.
En déduire le nombre de pièces produites pour lequel le bénéfice de l'artisan est nul.
3. Pour combien de pièces produites l'artisan obtient-il un bénéfice positif?
4. En utilisant les variations de la fonction B , déterminer le bénéfice maximum de l'artisan.

Exercice 3 Soit f et g les deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 0,5x^2$ et $g(x) = -0,5x^2 + x + 2$.

1. Étudier les variations des fonctions f et g , puis dresser leurs tableaux de variations
2. (a) Vérifier que $x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$.
(b) Résoudre par le calcul $f(x) = g(x)$.
(c) Résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) > g(x)$.
(d) Interpréter graphiquement les deux résultats précédents.
3. (a) Vérifier que, pour tout réel x , on a l'égalité : $-0,5x^2 + x + 2 = 0,5[5 - (x - 1)^2]$.
(b) Résoudre par le calcul l'équation $g(x) = 0$, puis interpréter graphiquement le résultat.

Exercice 4

Un tremplin a une forme parabolique donnée par la fonction carré dans un repère orthonormé d'unité 1 m. Il est haut de 0,5 m d'un côté et de 2 m de l'autre. Calculer, au centième près, la largeur l du tremplin en mètres.

