

Primitives et intégrales



Exercice 1 Laquelle des fonctions suivantes est une primitive de $f : x \mapsto \ln x$ sur $]0; +\infty[$?

1. $F(x) = \frac{1}{x}$ 2. $F(x) = x \ln x$ 3. $F(x) = x \ln x - x$ 4. $F(x) = e^x$

Exercice 2

Un site est spécialisé dans la diffusion de vidéos sur internet. Le responsable du site a constaté que la durée de chargement des vidéos évoluait en fonction d'internautes connectés simultanément. On note x le nombre, exprimé en millier, d'internautes connectés simultanément. La durée de chargement exprimée en seconde est alors $g(x)$ avec $g(x) = 10x - 8 \ln(x)$ pour x appartenant à $[0,5; +\infty[$.

1. Justifier que la fonction G définie sur $[0,5; +\infty[$ par $G(x) = 5x^2 + 8x - 8x \ln(x)$ est une primitive de g sur $[0,5; +\infty[$.
2. On pose $I = \frac{1}{2} \int_2^4 g(x) dx$.
 - (a) Montrer que la valeur exacte de I peut s'écrire sous la forme $a + b \ln(2)$ où a et b sont deux réels que l'on déterminera.
 - (b) Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de I puis donner une interprétation de ce résultat.

Exercice 3

Des relevés statistiques ont permis de modéliser, par une fonction f , le nombre de malades durant l'épidémie. Cette fonction f est définie sur $[1; 26]$ par $f(t) = 24t \ln(t) - 3t^2 + 10$, où t est le nombre de semaines écoulées depuis le premier cas constaté et $f(t)$ est le nombre de milliers de malades comptabilisés après t semaines. On admet que la fonction G définie par $G(t) = 12t^2 \ln(t) - 6t^2$ est une primitive sur $[1; 26]$ de la fonction g définie par $g(t) = 24t \ln(t)$.

1. Déterminer, sur $[1; 26]$, une primitive F de la fonction f .
2. On a trouvé que l'arrondi à l'entier de $\frac{1}{26-1} [F(26) - F(1)]$ est 202.
Donner une interprétation de ce résultat dans le contexte du problème.

Exercice 4 On considère une fonction f définie et continue sur l'intervalle $[1; 15]$. Son tableau de variation est indiqué ci-dessous.

x	1	3	4	12	15
$f(x)$	3	0	-2	-1	-3

Soit F une primitive de f sur l'intervalle $[1; 15]$. De quoi peut-on être certain ?

1. La fonction F est négative sur l'intervalle $[3; 4]$.
2. La fonction F est positive sur l'intervalle $[4; 12]$.
3. La fonction F est décroissante sur l'intervalle $[4; 12]$.
4. La fonction F est décroissante sur l'intervalle $[1; 3]$.