**LYCÉE ALFRED KASTLER** **TSTMG**
**2014–2015**

Devoir surveillé n° 1 – mathématiques
06/10/2014
Le barème prend en compte la présence de justifications et la rédaction

**Exercice 1 (6 points)** Un coureur du dimanche décide de s'améliorer dans la course qu'il effectue chaque semaine. La première semaine il court 5 km. Chaque semaine il allonge la distance de 500 mètres. On note $d_n$ la distance parcourue (en km) la $n^{\text{ième}}$ semaine. On a donc $d_1 = 5$.

1. Calculer $d_2$ puis $d_3$.
2. Exprimer $d_{n+1}$ en fonction de $d_n$ et en déduire la nature de la suite $d$.
3. Donner l'expression explicite de $d_n$ en fonction de $n$.
4. Calculer alors la distance qu'il parcourt la 10e semaine.
5. On veut calculer la distance totale que le coureur a parcouru depuis la 1re semaine jusqu'à la 10e semaine comprise. Indiquer le calcul à faire et donner le résultat à l'aide de la calculatrice.

**Exercice 2 (2 points)** On considère la suite $u$ définie par : $\begin{cases} u_1 & = 1{,}20 \\ u_{n+1} & = 0{,}8u_n \end{cases}$.

1. Donner l'expression explicite de $u_n$ en fonction de $n$.
2. Déterminer à l'aide de la calculatrice le plus petit entier $n$ tel que $u_n < 0{,}05$.

**Exercice 3 (12 points)** Mme Économe décide de mettre de l'argent de côté à partir du 1er janvier 2015. Elle hésite entre deux options.

1. **Première option :** effectuer un versement de 1 000 € sur un compte à intérêts composés au taux annuel de 5%.

   On note $u_n$ le capital en euros acquis le 1er janvier de l'année $(2015 + n)$. Ainsi $u_0 = 1\ 000$.

   (a) Calculer $u_1$.

   (b) Donner l'expression de $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$ et en déduire la nature de la suite $(u_n)$.

   (c) Déterminer alors l'expression de $u_n$ en fonction de $n$.

   (d) En déduire le capital acquis au 1er janvier 2025, arrondi à l'euro.
2. **Deuxième option :** effectuer un versement de 1 250 euros sur un compte qui lui rapportera la somme fixe de 50 € par an.

   On note $v_n$ le capital, en euros, au 1er janvier de l'année $(2015 + n)$. Ainsi $v_0 = 1\ 250$.

   (a) Calculer $v_1$.

   (b) Exprimer $v_{n+1}$ en fonction de $v_n$, et en déduire la nature de la suite $(v_n)$.

   (c) Donner l'expression de $v_n$ en fonction de $n$.

   (d) En déduire le capital acquis au 1er janvier 2025.
3. Si Mme Économe doit retirer son argent en 2025, quelle option lui permet d'en retirer le plus ?
4. À partir de quelle année devient-il plus avantageux d'avoir choisi la première option ?
5. En fait, Mme Économe veut choisir l'option qui permet d'obtenir le meilleur capital **une fois déduit le dépôt initial**. Quelle option prendre si elle doit retirer son argent en 2025 ?