BAC BLANC
Mercredi 25 février 2015

MATHÉMATIQUES

Série STMG

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient 3

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

Exercice 1 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM)

Pour chacune des quatre questions, une seule des trois réponses proposées est correcte. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Le tableau suivant est extrait d'une feuille de calcul obtenue à l'aide d'un tableur. Dans la colonne B figurent les prix annuels moyens en métropole d'un kg de pain de 2003 à 2013.

	A	B	C
1	Année	Prix annuel moyen d'un kg de pain en métropole (en €)	Taux d'évolution **depuis** janvier 2003
2	janvier 2003	2,78	
3	janvier 2004	2,92	5,04 %
4	janvier 2005	2,97	6,83 %
5	janvier 2006	3,03	
6	janvier 2007	3,13	
7	janvier 2008	3,28	
8	janvier 2009	3,35	
9	janvier 2010	3,34	
10	janvier 2011	3,39	
11	janvier 2012	3,43	
12	janvier 2013	3,47	
13			

Source : INSEE

La plage B2:B12 est au format nombre à deux décimales. La plage C3:C12 est au format pourcentage à deux décimales.

Dans la colonne C, partiellement remplie, on veut afficher le taux d'évolution du prix d'un kg de pain entre janvier 2003 et janvier de chacune des années suivantes. Par exemple :

• Dans C3 est affiché le taux d'évolution du prix d'un kg de pain entre janvier 2003 et janvier 2004.

• Dans C12 sera affiché le taux d'évolution du prix d'un kg de pain entre janvier 2003 et janvier 2013.

1. La valeur affichée dans la cellule C6 sera :

   - 0,35%
   - 8,99%
   - 12,59%

2. Quelle formule, à recopier sur la plage C3:C12, peut-on entrer dans la cellule C3 ?

   - =(B3-B2)/B2
   - =(B$3-B2)/B2
   - =(B3-B$2)/B$2

3. Le prix d'un kg de pain en janvier 2003 est pris comme indice en base 100. L'indice de janvier 2005, arrondi au centième, est :

   - 106,83
   - 93,17
   - 101,71

4. De janvier 2003 à janvier 2013, le taux d'évolution annuel moyen du prix d'un kg de pain, arrondi au centième près, est :

   - 2,48 %
   - 2,24 %
   - 24,82 %

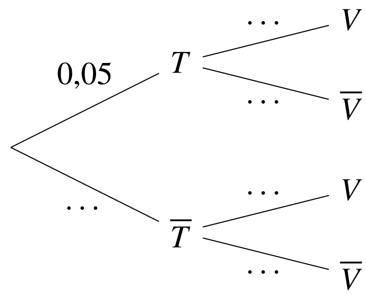
Exercice 2 (4 points)

Albert est un marin participant à une course à la voile en solitaire. Son bateau est très rapide, mais fragile en cas de tempête. Les prévisions météo permettent d'estimer que, durant la course, la probabilité qu'une tempête survienne est égale à 0,05. En cas de tempête, on estime que la probabilité qu'Albert soit vainqueur de la course est de 0,02. En revanche, si aucune tempête ne survient, la probabilité de victoire d'Albert est de 0,8. Pour tout événement E, on note $\overline{E}$ l'événement contraire de E.

On considère les événements :

- T **:** « une tempête survient pendant la course » ;
- V **:** « Albert est vainqueur de la course ».

1. En utilisant les données de l'énoncé, reproduire et compléter l'arbre ci-dessous :



2. Quelle est la probabilité de l'événement :
   « Une tempête survient et Albert est vainqueur de la course » ?
3. Montrer que la probabilité qu'Albert remporte la course est égale à 0,761.
4. Calculer la probabilité qu'une tempête soit survenue sachant qu'Albert a gagné la course.
   On donnera le résultat arrondi à 10^{-4} près.

Exercice 3 (7 points)
D'après l'INSEE, l'espérance de vie à la naissance est passée pour les hommes de 59,9 ans en 1946 à 78,5 ans en 2012. Pour les femmes, elle est passée de 65,2 ans à 84,9 ans durant la même période.

Première partie

On se propose ici de modéliser l'évolution de l'espérance de vie pour les hommes par la suite arithmétique (U_n) de premier terme $U_0 = 59{,}9$ et de raison $r = 0{,}25$.

1. Calculer U_1, U_2 et U_3 qui correspondent aux années 1947, 1948 et 1949.
2. Donner U_n en fonction de n.
3. Déterminer U_{66}.
4. Entre 1946 et 2012 les hommes ont-ils gagné, en réalité, plus de 3 mois d'espérance de vie chaque année en moyenne ?

Deuxième partie

On se propose ici de modéliser l'évolution de l'espérance de vie pour les femmes par la suite géométrique (V_n) de premier terme $V_0 = 65{,}2$ et de raison $q = 1{,}004$.

1. Calculer V_1, V_2 et V_3 qui correspondent aux années 1947, 1948 et 1949.
2. Donner V_n en fonction de n.
3. Déterminer V_{66} (arrondir à 10^{-1} près).
4. Par quel pourcentage peut-on estimer que l'espérance de vie a augmenté chaque année pour les femmes de 1946 à 2012 ?

Troisième partie

Soit l'algorithme suivant :

```
Variables :
    A est du type nombre
    B est du type nombre
    T est du type nombre
Traitement :
    Afficher "Entrez la valeur initiale"
    Saisir A
    Afficher "Entrez la valeur finale"
    Saisir B
    T prend la valeur (B − A) ÷ A × 100
Sortie :
    Afficher T
```

1. Que calcule cet algorithme ?
2. Si on choisit $A = 65{,}2$, $B = 84{,}9$, quel sera le résultat affiché à 10^{-2} près ?
3. Déterminer, à 10^{-2} près, le taux d'évolution global de l'espérance de vie pour les hommes exprimé en pourcentage de 1946 à 2012.
4. Des hommes ou des femmes, qui a le taux d'évolution global le plus élevé durant cette période ?

Exercice 4 (5 points)

Partie A

On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[4\,;16]$ par :

$$f(x) = -x + 20 - \frac{64}{x}.$$

On note f' la fonction dérivée de f.

1. Démontrer que pour tout x de l'intervalle $[4; 16]$, on a :

$$f'(x) = \frac{64 - x^2}{x^2}$$

2. (a) Montrer que le tableau de signes de f' sur l'intervalle $[4\,;16]$ est :

x	4		8		16
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

(b) On admet que la fonction f atteint son maximum en 8.
Recopier alors et compléter le tableau de variations suivant :

x	4		8		16
$f(x)$	...	$\nearrow$	...	$\searrow$	...

Partie B

Une entreprise produit et commercialise entre 4 et 16 tonnes d'engrais par jour. On admet que toute sa production est vendue. Le bénéfice total (exprimé en centaines d'euros) réalisé pour une production de x tonnes d'engrais, est modélisé à l'aide de la fonction B définie par :

$$B(x) = -x^2 + 20x - 64.$$

1. En étudiant les variations de la fonction B sur l'intervalle $[4\,;16]$, déterminer la production permettant de réaliser un bénéfice total maximal. Quel est ce bénéfice total ?
2. Le bénéfice unitaire pour une production de x tonnes d'engrais est donné par $\dfrac{B(x)}{x}$.
Le bénéfice total et le bénéfice unitaire sont-ils maximaux pour la même production d'engrais ?
On pourra utiliser les résultats obtenus dans la partie A.