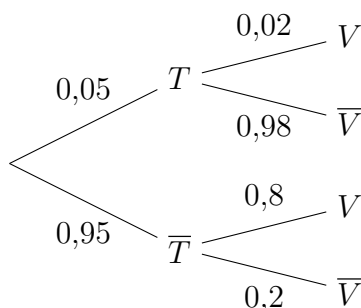


Devoir surveillé n° 6 – mathématiques
Correction du bac blanc

- Exercice 1**
- La valeur affichée dans la cellule C6 sera $12,59\% \left(\frac{3,13 - 2,78}{2,78} \times 100 \right)$.
 - La formule à recopier sur la plage C3:C12 et à entrer dans la cellule C3 est $=(B3-B\$2)/B\2 .
 - L'indice de janvier 2005 est $106,83 \left(\frac{2,97 \times 100}{2,78} \right)$.
 - De janvier 2003 à janvier 2013, le taux d'évolution annuel moyen du prix d'un kg de pain est $2,24\%$ ($2,78 \times 1,0224^{10} \simeq 3,47$).

Exercice 2

- L'arbre est le suivant :



- La probabilité de l'événement « Une tempête survient et Albert est vainqueur de la course » est $\mathbb{P}(T \cap V) = \mathbb{P}(T) \times \mathbb{P}_T(V) = 0,05 \times 0,02 = 0,001$.
- On utilise la formule des probabilités totales :
 $\mathbb{P}(V) = \mathbb{P}(V \cap T) + \mathbb{P}(V \cap \bar{T}) = 0,001 + 0,95 \times 0,8 = 0,001 + 0,76 = 0,761$.
La probabilité qu'Albert remporte la course est 0,761.
- $\mathbb{P}_V(T) = \frac{\mathbb{P}(T \cap V)}{\mathbb{P}(V)} = \frac{0,001}{0,761} \simeq 0,0013$. La probabilité qu'une tempête soit survenue sachant qu'Albert a gagné la course est 0,001 3 à 10^{-4} près.

Exercice 3

Première partie

- Calculons U_1 , U_2 et U_3 qui correspondent aux années 1947, 1948 et 1949 :
 $U_1 = 59,9 + 0,25 = 60,15$; $U_2 = 60,15 + 0,25 = 60,40$; $U_3 = 60,40 + 0,25 = 60,65$.
- Le terme général d'une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r est $u_n = u_0 + nr$.
Il en résulte $U_n = 59,9 + 0,25n$.
- Déterminons U_{66} . Remplaçons n par 66, $U_{66} = 59,9 + 0,25 \times 66 = 76,4$.
- Entre 1946 et 2012, l'espérance de vie a augmenté de $(78,5 - 59,9)$ ans c'est-à-dire de 18,6 ans en 66 ans donc en moyenne de $\frac{18,6}{66} \simeq 0,28$ ans ou encore de 3,38 mois (on multiplie par 12).
Les hommes ont gagné, en réalité, plus de 3 mois d'espérance de vie chaque année en moyenne.

Deuxième partie

- Calculons V_1 , V_2 et V_3 qui correspondent aux années 1947, 1948 et 1949 :
 $V_1 = 65,2 \times 1,004 \simeq 65,46$; $V_2 = 65,46 \times 1,004 \simeq 65,72$; $V_3 = 65,72 \times 1,004 \simeq 65,99$.
- Puisque V est géométrique, on a $V_n = V_0 \times q^n = 65,2 \times 1,004^n$.
- Par conséquent, $V_{66} = 65,2 \times 1,004^{66} \simeq 84,9$ à 10^{-1} près.
- Comme on retrouve la valeur 84,9 au bout de 66 ans, cela signifie que l'on peut estimer que chaque année l'espérance de vie a augmenté de 0,4% chaque année pour les femmes de 1946 à 2012.

Troisième partie

- Cet algorithme calcule le taux d'évolution en pourcentage entre deux valeurs A et B données par l'utilisateur.
- Si on choisit $A = 65,2$ et $B = 84,9$, le résultat affiché à 10^{-2} près est $\frac{84,9 - 65,2}{65,2} \times 100 \simeq 30,21$.
- Pour les hommes, le taux est $\frac{78,5 - 59,9}{59,9} \times 100 \simeq 31,05\%$
- Le taux d'évolution le plus élevé est donc celui des hommes ($31,05 > 30,21$).

Exercice 4

- Déterminons $f'(x)$. $f'(x) = -1 - 64 \left(\frac{-1}{x^2} \right) = \frac{-x^2 + 64}{x^2}$.

Par conséquent pour tout x de l'intervalle $[4 ; 16]$, nous avons bien : $f'(x) = \frac{64 - x^2}{x^2}$.

- (a) Étudions le signe de $64 - x^2$. On peut factoriser : $64 - x^2 = (8 + x)(8 - x)$. $\frac{x + 8}{x^2}$ est strictement positif sur l'intervalle $[4 ; 16]$, par conséquent $f'(x)$ est du signe de $8 - x$.
Or $8 - x > 0 \Leftrightarrow x < 8$.

Il en résulte que le tableau de signes de f' sur l'intervalle $[4 ; 16]$ est :

x	4	8	16
$f'(x)$	+	0	-

- (b) Le tableau de variations complété est :

x	4	8	16
$f(x)$	0	↗ 4 ↘	0

Partie B

- Utilisons la méthode de première : l'abscisse du sommet de la courbe représentative de B est $\frac{-b}{2a} = \frac{-20}{2 \times (-1)} = 10$.
De plus, $a = -1 < 0$, donc les branches sont orientées vers le bas.
Alors la fonction est croissante sur $[4 ; 10[$ et décroissante sur $]10 ; 16]$, donc B admet un maximum en $x = 10$.
La production permettant un bénéfice maximum est donc de 10 tonnes.
Le bénéfice total est de 3 600 € ($-10^2 + 20 \times 10 - 64 = 36$).
- On observe que $\frac{B(x)}{x} = f(x)$.
Le bénéfice total et le bénéfice unitaire ne sont pas maximaux pour la même production d'engrais car le bénéfice total est obtenu pour une production de 10 tonnes et rapporte 3 600 € tandis que le bénéfice unitaire est obtenu pour une production de 8 tonnes et rapporte 400 €.