LYCÉE ALFRED KASTLER **TSTMG**
2014–2015

Devoir surveillé n° 7 – mathématiques
27/04/2015

Exercice 1 (5 points) Soit f la fonction définie sur $[0;10]$ par $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x - 1$.

1. Calculer la dérivée f' de f.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3. Établir alors le tableau de variations de f sur $[0;10]$.

Exercice 2 (7 points) Soit f la fonction définie sur $[-5;5]$ par $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 36x^2 + 7$.

1. Justifier que $f'(x) = 12x(x-2)(x+3)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3. Établir alors le tableau de variations de f sur $[-5;5]$.

Exercice 3 (8 points)
Dans un restaurant, le coût total en euros pour la fabrication de q repas est donné par la relation $C(q) = 2q^2 - 230q + 7\ 200$ pour q compris entre 30 et 120. Lorsque q repas sont fabriqués, on appelle coût moyen d'un repas le quotient $\dfrac{C(q)}{q}$, que l'on note $C_M(q)$.
Autrement dit on définit $C_M(q) = \dfrac{C(q)}{q}$.

1. Donner l'expression de $C_M(q)$ en fonction de q.
2. (a) Calculer $C'(q)$ et vérifier que $C'_M(q) = \dfrac{2(q-60)(q+60)}{q^2}$.
   (b) Justifier que cette dérivée a le même signe que $q - 60$ sur l'intervalle $[30;120]$.
   (c) Étudier le sens de variation de la fonction C_M sur $[30;120]$.
3. Combien de repas faut-il fabriquer pour que le coût moyen d'un repas soit minimal ?