Chapitre :
Probabilités

∽

I. Probabilités conditionnelles

⊛ **Activité :** QCM 1 à 6 page 148

⊛ **Activité :** 1p150

Définition Soit A et B deux événements. On suppose que $\mathbb{P}(A) \neq 0$. La probabilité conditionnelle de B sachant A est le nombre :

$$\mathbb{P}_A(B) = \frac{\mathbb{P}(B \cap A)}{\mathbb{P}(A)}$$

Propriété La probabilité conditionnelle est une probabilité. En particulier elle vérifie les propriétés suivantes :

$$0 \leqslant \mathbb{P}_A(B) \leqslant 1 \qquad \text{et} \qquad \mathbb{P}_A(B) + \mathbb{P}_A(\overline{B}) = 1$$

Propriété Dans le cas d'une situation d'équiprobabilité, on a :

$$\mathbb{P}_A(B) = \frac{\text{nombre d'éléments de } A \cap B}{\text{nombre d'éléments de } A}$$

Remarque En échangeant les rôles des événements A et B, en supposant que $\mathbb{P}(B) \neq 0$, on a :

$$\mathbb{P}_B(A) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

Par conséquent :

Propriété La probabilité $\mathbb{P}(A \cap B)$ peut se calculer de deux manières différentes :
- Si $\mathbb{P}(A) \neq 0$, $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(B)$;
- Si $\mathbb{P}(B) \neq 0$, $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(A)$;

▶ **Exercices :** 1,3p158 (interprétation) ; conseiller le 18p160

▶ **Exercices :** 4,5,6,7p158 ; 23,24p160 et 28,29,30p161 (calculs)

Méthode Utilisation de tableaux à double entrée (probabilités ou effectifs) : Voir page 151.

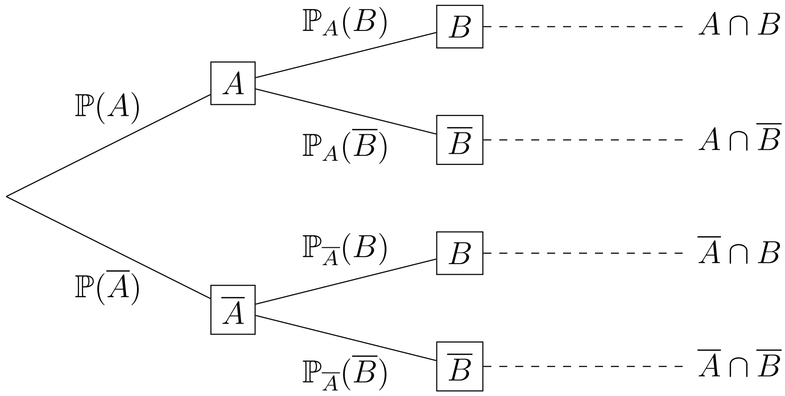
▶ **Exercices :** 10,12p159 ; 43p162, 46p163

▶ **Exercice :** 48p164 (tableur)

II. Arbres pondérés

⊛ **Activité :** 3p154

Voici comment un arbre de probabilités est pondéré avec les probabilités conditionnelles :



$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(B)$

$\mathbb{P}(A \cap \overline{B}) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(\overline{B})$

$\mathbb{P}(\overline{A} \cap B) = \mathbb{P}(\overline{A}) \times \mathbb{P}_{\overline{A}}(B)$

$\mathbb{P}(\overline{A} \cap \overline{B}) = \mathbb{P}(\overline{A}) \times \mathbb{P}_{\overline{A}}(\overline{B})$

<u>Méthode</u>

- La somme des branches issues d'un même nœud vaut toujours 1 ;
- On effectue le produit le long des branches ;
- Si un événement correspond à plusieurs branches, alors on ajoute les probabilités des branches.

▶ **Exercices :** 14,16p159

▶ **Exercices :** 52,53p164

Propriété **(Formules des probabilités totales)**

Soit A un événement de probabilité non nulle. Alors :

$$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(\overline{A} \cap B) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(B) + \mathbb{P}(\overline{A}) \times \mathbb{P}_{\overline{A}}(B)$$

On suppose que l'univers probabiliste est la réunion des événements A_1, A_2, ..., A_n deux à deux incompatibles et de probabilité non nulle. Pour tout événement B on a alors :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(B) &= \mathbb{P}(A_1 \cap B) + \mathbb{P}(A_2 \cap B) + \mathbb{P}(A_3 \cap B) \\ &= \mathbb{P}(A_1) \times \mathbb{P}_{A_1}(B) + \mathbb{P}(A_2) \times \mathbb{P}_{A_2}(B) + \mathbb{P}(A_3) \times \mathbb{P}_{A_3}(B) \end{aligned}$$

▶ **Exercices :** 54p164 et 56p165

★ **Approfondissement :** 67p169 (algorithmique)