

Algorithmique et suites



Nous savons qu'il y a deux manières de définir une suite :

- Avec une formule explicite (u_n en fonction de n);
- Par récurrence (u_{n+1} en fonction de u_n et éventuellement de n).

Il y a également deux types d'algorithmes qui peuvent nous intéresser sur les suites :

- Calculer et afficher les termes successifs jusqu'à un rang N donné;
- Déterminer le plus petit rang à partir duquel $u_n > A$ (resp. $u_n < A$) pour un réel A donné.

Cela fait donc quatre types d'algorithmes différents à traiter et à retenir.

Exercice 1 (termes - cas explicite)

Variables :
 u, n, N
Traitement :
Saisir N
Pour n allant de 0 à N Faire
 | u prend la valeur $n^2 - 4 \times n$
 | Afficher u
FinPour

1. Quelle est la suite dont on calcule les termes ?
2. Traduire l'algorithme dans la calculatrice.
3. Donner le troisième terme, puis donner u_{25} .

Exercice 3 (Rang - cas explicite)

Variables :
 u, i, A
Traitement :
Saisir A
 u prend la valeur 1
 i prend la valeur 1
Tant que $u \geq A$ Faire
 | i prend la valeur $i + 1$
 | u prend la valeur $1/i$
FinTant
Afficher i

1. Quelle est la suite traitée ici ?
2. Que détermine l'algorithme ?
3. Traduire l'algorithme dans la calculatrice l'appliquer pour $A = 10^{-3}$.

Exercice 2 (termes - cas récurrent)

Variables :
 u, n, N
Traitement :
Saisir N
 u prend la valeur 4
Pour n allant de 0 à $N - 1$ Faire
 | u prend la valeur $2 \times u + 1$
 | Afficher u
FinPour

1. Quelle est la suite dont on calcule les termes ?
2. Traduire l'algorithme dans la calculatrice et donner u_8 .

Exercice 4 (Rang - cas récurrent)

Variables :
 u, i, A
Traitement :
Saisir A
 i prend la valeur 1
 u prend la valeur 4
Tant que $u \leq A$ Faire
 | u prend la valeur $2 \times u - i$
 | i prend la valeur $i + 1$
FinTant
Afficher i

Mêmes questions que l'exercice précédent mais avec $A = 10\ 000$.

Bonus : quelle est la suite étudiée si l'on échange les deux lignes dans le « Tant que » ?

Exercice 5 Pour la suite u définie par : $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n - 2n \end{cases}$, à l'aide d'algorithmes calculer les 5 premiers termes, puis déterminer le rang à partir duquel $u_n < -1\ 000$.