

Algorithmique et suites



Nous savons qu'il y a deux manières de définir une suite :

- Avec une formule explicite (u_n en fonction de n);
- Par récurrence (u_{n+1} en fonction de u_n et éventuellement de n).

Il y a également deux types d'algorithmes qui peuvent nous intéresser sur les suites :

- Calculer et afficher les termes successifs jusqu'à un rang N donné;
- Déterminer le plus petit rang à partir duquel $u_n > A$ (resp. $u_n < A$) pour un réel A donné.

Cela fait donc quatre types d'algorithmes différents à traiter et à retenir.

Exercice 1 (termes - cas explicite)

<p>Variables : u, n, N</p> <p>Traitement : Saisir N Pour n allant de 0 à N Faire u prend la valeur $n^2 - 4 \times n$ Afficher u FinPour</p>

1. Quelle est la suite dont on calcule les termes ?
2. Traduire l'algorithme dans la calculatrice.
3. Donner le troisième terme, puis donner u_{25} .

Exercice 3 (Rang - cas explicite)

<p>Variables : u, i, A</p> <p>Traitement : Saisir A u prend la valeur 1 i prend la valeur 1 Tant que $u \geq A$ Faire i prend la valeur $i + 1$ u prend la valeur $1/i$ FinTant Afficher i</p>
--

1. Quelle est la suite traitée ici ?
2. Que détermine l'algorithme ?
3. Traduire l'algorithme dans la calculatrice l'appliquer pour $A = 10^{-3}$.

Exercice 2 (termes - cas récurrent)

<p>Variables : u, n, N</p> <p>Traitement : Saisir N u prend la valeur 4 Pour n allant de 0 à $N - 1$ Faire u prend la valeur $2 \times u + 1$ Afficher u FinPour</p>
--

1. Quelle est la suite dont on calcule les termes ?
2. Traduire l'algorithme dans la calculatrice et donner u_8 .

Exercice 4 (Rang - cas récurrent)

<p>Variables : u, i, A</p> <p>Traitement : Saisir A i prend la valeur 1 u prend la valeur 4 Tant que $u \leq A$ Faire u prend la valeur $2 \times u - i$ i prend la valeur $i + 1$ FinTant Afficher i</p>

Mêmes questions que l'exercice précédent mais avec $A = 10\ 000$.

Bonus : quelle est la suite étudiée si l'on échange les deux lignes dans le « Tant que » ?

Exercice 5 Pour la suite u définie par : $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n - 2n \end{cases}$, à l'aide d'algorithmes calculer les 5 premiers termes, puis déterminer le rang à partir duquel $u_n < -1\ 000$.