

Devoir maison n° 03 – mathématiques
Donné le 17/09/2014 – à rendre le 24/09/2014

Exercice 1 Soit u une suite. Voici une proposition :

« Si u a pour limite $+\infty$, alors à partir d'un certain rang tous les u_n appartiennent à $]500; +\infty[$ »

1. Cette proposition est-elle vraie ? Justifier.
2. Énoncer la réciproque de cette propriété.
3. La réciproque est-elle vraie ? Justifier.

Exercice 2 Soit u la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_0 &= 3 \\ u_{n+1} &= \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{4}{u_n} \right) \end{cases}$$

1. Soit f la fonction définie sur $[2; 4]$ par : $f(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{4}{x} \right)$.
 - (a) Calculer la dérivée f' de f .
 - (b) Étudier les variations de f sur $[2; 4]$.
 - (c) En déduire que pour tout $x \in [2; 4]$, $2 \leq f(x) \leq 4$.
2. Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $2 \leq u_n \leq 4$.