

Devoir maison n° 04 – mathématiques
Donné le 01/10/2014 – à rendre le 08/10/2014

Exercice 1 Un ballon est lancé vingt fois, de manière indépendante, en direction d'un cercle de métal. À chaque lancé, la probabilité qu'il passe effectivement dans le cercle est estimée à 0,75. On s'intéresse au nombre total X de lancés où le ballon est passé dans le cercle.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale, et en préciser les paramètres.
2. Calculer la probabilité des événements $A : \ll X \geq 10 \gg$ et $B : \ll X < 16 \gg$.
Les résultats, ainsi que les suivants, seront donnés à 10^{-4} près.
3. Décrire l'événement $A \cap B$ par une phrase et en calculer la probabilité.
4. Calculer $\mathbb{P}_B(A)$ et décrire cette probabilité par une phrase.

Exercice 2 Le tiers d'une population a été vacciné contre une maladie. Au cours d'une épidémie, on constate que, sur quinze malades, il y a deux personnes vaccinées. On suppose de plus que sur cent personnes vaccinées, huit sont malades.

On choisit un individu au hasard dans cette population et on note :

- M : « l'individu est malade » ;
- V : « l'individu est vacciné ».

1. Traduire l'énoncé à l'aide de probabilités.
2. Calculer la valeur de $\mathbb{P}(M)$.
3. Calculer $\mathbb{P}_{\overline{V}}(M)$, et décrire cette probabilité par une phrase.
4. Après avoir comparé deux probabilités pertinentes, répondre à la question suivante :
Le vaccin est-il efficace ?

Exercice 3 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^+ par $f(x) = \frac{\sqrt{x}(x+4)}{x^2+1}$.

Calculer la dérivée f' de f sur $]0; +\infty[$.

Écrire $f'(x)$ sous forme d'une fraction, avec en numérateur l'expression $-x^3 - 12x^2 + 3x + 4$.