

Devoir maison n° 08 – mathématiques  
Donné le 27/11/2014 – à rendre le 04/12/2014

**Exercice 1****Partie A**

Soit  $f$  une fonction strictement croissante et  $u$  une suite définie pour  $n \geq 0$  par  $u_{n+1} = f(u_n)$ .  
On suppose de plus que  $u_1 > u_0$ . Démontrer que  $u$  est strictement croissante.

**Partie B**

On considère la suite  $u$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $u_0 = 0$  et, pour tout  $n \geq 0$ ,  $u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4}$ .

1. Démontrer que  $u$  est majorée par 4.
2. Démontrer que  $u$  est strictement croissante.  
On pourra pour cela utiliser le résultat de la partie A.
3. Que peut-on déduire des deux résultats précédents ?
4. On définit  $l$  comme étant la limite de la suite  $u$ .
  - (a) Quelle est la limite de  $\sqrt{3u_n + 4}$  lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$  ?  
Exprimer cette limite de deux manières différentes.
  - (b) En déduire la valeur de  $l$ .

Devoir maison n° 08 – mathématiques  
Donné le 27/11/2014 – à rendre le 04/12/2014

**Exercice 1****Partie A**

Soit  $f$  une fonction strictement croissante et  $u$  une suite définie pour  $n \geq 0$  par  $u_{n+1} = f(u_n)$ .  
On suppose de plus que  $u_1 > u_0$ . Démontrer que  $u$  est strictement croissante.

**Partie B**

On considère la suite  $u$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $u_0 = 0$  et, pour tout  $n \geq 0$ ,  $u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4}$ .

1. Démontrer que  $u$  est majorée par 4.
2. Démontrer que  $u$  est strictement croissante.  
On pourra pour cela utiliser le résultat de la partie A.
3. Que peut-on déduire des deux résultats précédents ?
4. On définit  $l$  comme étant la limite de la suite  $u$ .
  - (a) Quelle est la limite de  $\sqrt{3u_n + 4}$  lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$  ?  
Exprimer cette limite de deux manières différentes.
  - (b) En déduire la valeur de  $l$ .