

Devoir maison n° 13 – mathématiques
Donné le 04/03/2015 – à rendre le 11/03/2015

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants, déterminer graphiquement (et non algébriquement) l'ensemble des points $M(z)$ qui vérifient la condition imposée (revoir les exercices vus en cours sur le module).

1. $|z - 2| = 5$
2. $|z - 1 - i| = 9$
3. $|z + i| = |z + 5 - 2i|$

Exercice 2

Dans le plan complexe, on considère le point A d'affixe -1 , et B d'affixe 1 .

À tout point M distinct de A , B et O d'affixe z on associe le point N d'affixe z^2 et P d'affixe z^3 .

On s'intéresse à l'ensemble des points M tels que MNP soit rectangle en P .

1. Démontrer que les points M , N et P sont distincts deux à deux.
2. Démontrer que MNP est rectangle en P si et seulement si $|z + 1|^2 + |z|^2 = 1$.
3. Démontrer que $|z + 1|^2 + |z|^2 = 1$ équivaut à $\left(z + \frac{1}{2}\right) \overline{\left(z + \frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{4}$.
4. En déduire que l'ensemble recherché est, à l'exception de deux points à préciser, un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.